

Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν:

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 1}{\sin \frac{\pi}{x}} = l, l \in \mathbb{R}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\lambda^2 f^3(x) - (\lambda^2 + 2)f(x) + \kappa}{f^3(x) + 1} = 2, \lambda, \kappa \in \mathbb{R}$

i) Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$

ii) Να δείξετε ότι: $\kappa = -2, \lambda = \pm 2$

ii) Αν επιπλέον $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 1}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{x}} = 2l - 1$

α) Να δείξετε ότι $l = 1$

β) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x f(x) - \eta \mu x) \sin \frac{\pi}{x}}{x f(x) + x}$