

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^x - e}{e^x + e}, x \in \mathbb{R}$.

i) Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.

ii) Να δείξετε ότι $f(\mathbb{R}) = (-1, 1)$ και να βρεθεί η αντίστροφη της f .

iii) Αν $f^{-1}(x) = \ln \frac{e^x + e}{1 - x}, x \in (-1, 1)$,

α) Να λύσετε την ανίσωση $f^{-1}(e^x - 1) > 1$

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(-\ln^2 x) = \frac{1 - e^2}{1 + e^2}$.