

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν:

- $f^2(x) - x^2 = 1 - \sin^2 x - 2x \eta \mu x, x \in \mathbb{R}.$
- $f(\alpha) > 0, f(-\alpha) < 0$ με $\alpha > 0.$

α) Να βρεθεί η συνάρτηση f .

β) Αν $f(x) = x - \eta \mu x, x \in \mathbb{R}$

β1. να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

β2. να βρείτε τα κρίσιμα σημεία της f' .

β3. να βρείτε το εμβαδό $E(\lambda)$ του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x=0, x=\lambda$ και να υπολογιστούν, αν υπάρχουν, τα όρια:

$$\alpha. \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} E(\lambda) \quad \beta. \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{E(\lambda)}{\eta \mu^2 \lambda} \quad \gamma. \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{E(\lambda)}{f'(\lambda)}, \text{ όπου } E(\lambda) = \frac{\lambda^2}{2} + \sin \lambda - 1, \lambda \in \mathbb{R}.$$