

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, $x > 0$.

B1. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία, τα ακρότατα και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

B2. Να μελετήσετε την f ως προς τα κοίλα και να βρείτε τα σημεία καμπής της.

B3. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

B4. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $2\ln x = x\ln 2$ έχει ακριβώς δύο λύσεις, τις $x_1=2$ και $x_2=2$.

B5. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x=1$, $x=2$.

B6. Να αποδείξετε ότι: $\int_1^2 e^x f(x) dx < 2e$.