

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x \ln x - \lambda x, x > 0, \lambda \in \mathbb{R}$.

i) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f .

ii) Να βρείτε τη μεγαλύτερη τιμή του πραγματικού αριθμού λ για την οποία ισχύει $\ln x \geq \lambda - \frac{1}{x}$ για κάθε $x > 0$.

iii) Για $\lambda = 1$,

A. Να αποδείξετε ότι η ευθεία $\psi = 2e^\lambda x$ εφάπτεται της γραφικής παράστασης της g , όπου $g(x) = e^x + ex, x \in \mathbb{R}$.

B. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των f και g και τις ευθείες με εξισώσεις $x=1, x=e$.