

A. Έστω η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Να αποδείξετε ότι $\left| \int_{\alpha}^{\beta} f(t) dt \right| \leq \int_{\alpha}^{\beta} |f(t)| dt$.

B. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{4x+3}{x^2+1}$, $x \in \mathbb{R}$.

B1. Να μελετήσετε την συνάρτηση ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και να βρεθεί το σύνολο τιμών της.

B2. Να βρείτε τα όρια: i) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\eta\mu x + x}{f(x) - 4}$, ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{f(x)+1} - 1}{f^2(x) - f(x)}$

B3. Να δείξετε ότι $\left| \int_0^1 x f(x) dx \right| < 2$.