

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^{-x^2+1} + x - 1, x \in \mathbb{R}$.

i) Να αποδείξετε ότι η f έχει ασύμπτωτη την $\psi = x - 1$ καθώς το x τείνει στο $\pm\infty$.

ii) Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο $x_0 = 1$.

iii) Να αποδείξετε ότι, για το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = 1, x = 3$, ισχύει $E(\Omega) > \frac{18}{8}$

iv) Να υπολογίσετε τα όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) + \sin x}$ β. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + \sin x)^2$