

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 e^{2-x}$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία, τα ακρότατα και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

ii) Να μελετήσετε την f ως προς τα κοίλα, τα σημεία καμπής και να αποδείξετε ότι $f(x_3)f(x_4) - f(x_2) = f(x_1)$, όπου x_3, x_4 οι θέσεις των σημείων καμπής και x_1, x_2 οι θέσεις ελάχιστου και τοπικού μέγιστου αντίστοιχα.

iii) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της f και να γίνει η γραφική της παράσταση.

iii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν $E(t)$ του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , την εφαπτομένη στο σημείο $M(x_2, f(x_2))$ και τις ευθείες $x=2$, $x=t$, όπου $t > 2$.

iv) Να υπολογίσετε το $\lim_{t \rightarrow +\infty} E(t)$.