

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x e^{x^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία, τα κοίλα, τα σημεία καμπής και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

ii) Να βρείτε την εφαπτομένη που διαπερνά τη γραφική παράσταση της f .

iii) Να αποδείξετε ότι η f είναι περιττή και στη συνέχεια, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_{-a}^a f(x) dx$, όπου a πραγματικός αριθμός με $a \neq 0$.

iv) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , την εφαπτομένη στο σημείο καμπής και τις ευθείες με εξισώσεις $x=-1$, $x=1$.