

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία, τα κοίλα και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

ii) Να βρείτε την εφαπτομένη στο σημείο που παρουσιάζει ελάχιστο η f , καθώς και τις ασύμπτωτες.

iii) Να γίνει η γραφική παράσταση της f και να δείξετε ότι για το εμβαδόν του χωρίου Ω , που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα x' και τις ευθείες με εξισώσεις $x=0$, $x=3$, ισχύει $E(\Omega) > \frac{7}{2}$.

iv) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_2^4 (x-2) \sqrt{x^2 - 4x + 5} dx$.

v) Να δείξετε ότι $I(x) > e^{x^2 - 4x + 5} - e$, όπου $I(x) = \int_2^x f(t) e^{t^2 - 4t + 5} (2t - 4) dt$ και

στη συνέχεια, να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{I(x)}{f(x) - x + 2}$.

vi) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\eta \mu^2(x-2)}{f(x) - 1}$.