

Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \begin{cases} \ln x & , x \geq 1 \\ x^2 - 1 & , x < 1 \end{cases}$, $g(x) = \sqrt{x}$, $x \geq 0$.

i) Να ορίσετε την συνάρτηση $g \circ f$ και στην συνέχεια να βρεθούν, αν υπάρχουν τα σημεία τομής με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

ii) Να ορίσετε την συνάρτηση $f \circ g$ και στην συνέχεια να βρεθούν, αν υπάρχουν τα σημεία τομής με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

iii) Να βρείτε την σχετική θέση των συναρτήσεων $g \circ f$ και $f \circ g$ για $x \geq 1$, αν $g(f(x)) = \sqrt{\ln x}$ και $f(g(x)) = \ln \sqrt{x}$.

iv) Να αποδείξετε ότι η $g \circ f$ είναι γνησίως αύξουσα.

v) Να μελετήσετε την $f \circ g$ ως προς την μονοτονία.