

1. Να δείξετε ότι η εξίσωση $\frac{\eta\mu x - x}{x - \alpha} + \frac{\eta\mu x + x}{x - \beta} = 2023$ με $\alpha < 0 < \beta$ έχει μια τουλάχιστον λύση στο (α, β) .

2. Να δείξετε ότι η εξίσωση $\frac{\ln x - e^x}{x - \alpha} - \frac{x - \ln x}{x - \beta} = 1$ με $0 < \alpha < \beta$ έχει μια τουλάχιστον λύση στο (α, β) .

3. Να δείξετε ότι η εξίσωση $\frac{f(x-1)}{x-2} - \frac{f(x-2)}{x-1} = 1$ έχει μια τουλάχιστον λύση στο $(1, 2)$, όπου f συνεχής συνάρτηση γνησίως μονότονη με $f(0)=0$ και $f(-2)<0$.

4. Να δείξετε ότι η εξίσωση $\frac{f(\eta\mu x - x)}{x - \alpha} + \frac{f(\eta\mu x + x)}{x - \beta} = 0$ με $\alpha < 0 < \beta$ έχει μια τουλάχιστον λύση στο (α, β) , όπου f συνεχής συνάρτηση γνησίως μονότονη με $f(0)=0$ και $f(\alpha)>0$.