

Έστω συνάρτηση $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = 5$.

α. Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$.

β. Να βρεθούν τα όρια:

$$\begin{array}{lll} \text{i)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 2f(x)}{x - 1} & \text{ii)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - f(x) - 2}{f^2(x) - 4} & \text{iii)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - \sqrt{2}}{x^2 - 1} \\ \text{iv)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\eta\mu(f(x) - 2)}{f^2(x) - 4} & \text{v)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\eta\mu(f(x) - 2)}{x^2 - 1} & \text{vi)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5x^3 + 3}{x^2 - 1} \end{array}$$