

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^{(\ln x)^2}$, $x > 0$.

i) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και να δείξετε ότι η f είναι κυρτή.

ii) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της f και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

iii) Να δείξετε ότι:

α. Υπάρχει $x_0 \in (1, e)$ τέτοιο, ώστε να ισχύει $f(x_0) = 2x_0 - 2$.

β. Ισχύει $1 < x_0 < 2$.

iv) Να βρείτε τις εφαπτόμενες της C_f στα σημεία $A(1, f(1))$ και $B(e, f(e))$ και να δείξετε ότι τέμνονται στο σημείο $M(\frac{e+1}{2}, 1)$.

v) Αν $E(\Omega)$ το εμβαδό του χωρίου Ω που περικλείεται από την C_f , τον άξονα

$x'x$ και τις ευθείες $x=1$, $x=e$, να δείξετε ότι $E(\Omega) = \int_1^e f(x) dx > \frac{e^2 + 2e - 3}{4}$.