

Άσκηση 16 – 22-23

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^{-x^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

α. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

β. Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.

γ. Να βρείτε την οριζόντια ασύμπτωτη της C_f .

δ. i) Να δείξετε ότι η C_f έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$.

ii) Να δείξετε ότι $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \int_0^2 f(x) dx$.

ε. Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της f και να χαράξετε τη γραφική της παράσταση.

στ. Θεωρούμε τα σημεία $A(x, f(x))$ και $B(-x, f(-x))$, $x > 0$, της γραφικής παράστασης της f και σχηματίζουμε το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με τα σημεία Γ και Δ να βρίσκονται στον άξονα $x'x$.

i) Να δείξετε ότι το εμβαδόν τού ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ δίνεται από τον τύπο $E(x) = 2x \cdot e^{-x^2}$, $x > 0$.

ii) Να δείξετε ότι $\int_{\frac{1}{2}}^1 E(x) dx = \frac{1}{\sqrt[4]{e}} - \frac{1}{e}$.

Κώστας Γκούλης