

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = (x^2 - x + 1)e^x + \frac{1}{2}(x^2 + 2x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

i) Να μελετήσετε την συνάρτηση ως προς την μονοτονία, τα κοίλα και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

ii) Να γίνει πρόχειρη γραφική παράσταση της  $f$ .

iii) α. Να δείξετε ότι υπάρχει  $x_0 \in (0,1)$  ώστε  $f(x_0) = 2$ .

β. Ισχύει  $\frac{2}{2e+1} < x_0 < 1$ .

iv) Να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $g$  και τις ευθείες  $x=0$ ,  $x=1$ , όπου  $g(x) = x^2e^x + x$ .