

Θέμα 2

15027

Δίνονται τα σημεία $A(1,-1)$ και $B(3,5)$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας AB .

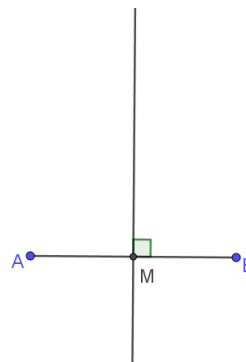
(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του τμήματος AB .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετου του τμήματος AB .

(Μονάδες 10)



15044

Δίνονται τα σημεία $A(0,5)$ και $B(6,-1)$.

α) Ι. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B .

(Μονάδες 5)

II. Να αποδείξετε ότι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB , είναι το σημείο $M(3,2)$.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετης ευθείας (ε) του ευθύγραμμου τμήματος AB .

(Μονάδες 15)

15271

Δίνονται τα σημεία $A(-3, 2)$, $B(1, 6)$ και $\Gamma(-13, -7)$.

α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα A , B .

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα A , B έχει εξίσωση $y = x + 5$.

(Μονάδες 7)

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί το σημείο Γ δεν είναι πάνω στην AB .

(Μονάδες 10)

15275

Σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων θεωρούμε το σημείο $M(2, 1)$.

α) Μια ευθεία (ε) με συντελεστή διεύθυνσης λ διέρχεται από το M . Να βρείτε:

i. Την εξίσωση της.

(Μονάδες 2)

ii. Για ποιες τιμές του λ η ευθεία σχηματίζει τρίγωνο με τους άξονες.

(Μονάδες 5)

β) Έστω ότι η ευθεία (ε) τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A , B αντίστοιχα.

i. Να βρείτε, με τη βοήθεια του λ , τα μήκη των τμημάτων OA , OB .

(Μονάδες 6)

ii. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η ευθεία σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.

(Μονάδες 6)

iii. Να υπολογίσετε, σε κάθε περίπτωση, το εμβαδόν του ισοσκελούς τριγώνου που σχηματίζεται.

(Μονάδες 6)

15657

Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1 : 2x + y = 6$ και $\varepsilon_2 : x - 2y = -2$.

α) Να βρείτε το κοινό τους σημείο M .

(Μονάδες 12)

β) Να δείξετε ότι οι ευθείες ε_1 , ε_2 και $\varepsilon_3 : 3x - y = 4$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

(Μονάδες 13)

16002

Σε τρίγωνο ABΓ είναι $A(3, -2)$ και $\Gamma(5, 2)$. Αν το σημείο $M\left(3, \frac{1}{2}\right)$ είναι το μέσο της ΒΓ, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $B(1, -1)$.

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΒΓ.

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΑΓ.

(Μονάδες 10)

16766

Δίνονται οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) με εξισώσεις $x - 3y = 4$ και $9x + 3y = 6$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι κάθετες.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) τέμνονται στο σημείο $A(1, -1)$.

(Μονάδες 8)

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετη στον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 9)

18236

Σε τρίγωνο ABΓ είναι $A(-1, 5)$ και $B(2, 1)$. Αν οι πλευρές ΑΓ και ΒΓ βρίσκονται πάνω στις ευθείες

$\varepsilon_1 : y = -x + 4$ και $\varepsilon_2 : y = -\frac{1}{2}x + 2$ αντίστοιχα, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\Gamma(4, 0)$.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε:

i. το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας ΑΓ

(Μονάδες 6)

ii. την εξίσωση του ύψους ΒΔ.

(Μονάδες 7)

18351

Δίνονται τα σημεία $A(-1, 5)$, $B(3, 3)$. Να υπολογίσετε:

α) Τις συντεταγμένες του μέσου Μ του τμήματος ΑΒ.

(Μονάδες 8)

β) Τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας ΑΒ.

(Μονάδες 8)

γ) Την εξίσωση της μεσοκαθέτου (η) του τμήματος ΑΒ.

(Μονάδες 9)

20868

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τα σημεία $A(1, 1)$, $B(3, 2)$ και Γ μιας ευθείας (ε) .

α) Να βρείτε την κλίση λ της ευθείας (ε) .

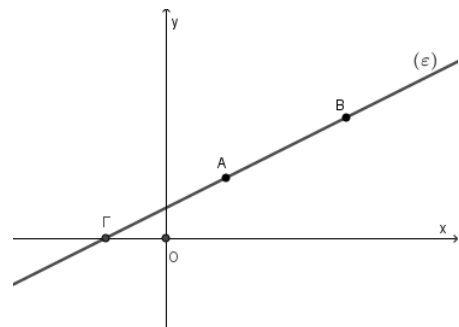
(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας (ε) είναι η $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

(Μονάδες 05)

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ , στο οποίο η ευθεία (ε) τέμνει τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 10)



21964

Δίνονται το σημείο $A(4, -2)$ και η ευθεία (ε_1) με εξίσωση: $x - y + 2 = 0$. Να βρείτε:

α) την ευθεία (ε_2) που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετη στην ευθεία (ε_1) .

(Μονάδες 8)

β) το σημείο τομής Β, των ευθειών (ε_1) και (ε_2) : $y = -x + 2$.

(Μονάδες 8)

γ) το συμμετρικό Γ του σημείου Α, ως προς την ευθεία (ε_1) .

(Μονάδες 9)

21965

Δίνονται τα σημεία A(2, -4) και B(0, -2)

α) Να βρείτε το μέσο M του τμήματος AB.

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου (ζ) του ευθύγραμμου τμήματος AB.

(Μονάδες 8)

γ) Αν (ζ): $y = x - 4$ και (ε): $y = 2x - 6$, τότε να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών (ζ) και (ε).

(Μονάδες 10)

22047

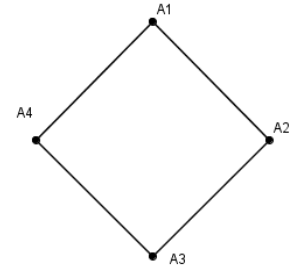
Δίνεται το τετράγωνο του σχήματος με κορυφές A_1, A_2, A_3, A_4 . Έστω $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ οι κλίσεις των ευθειών $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_1$ αντίστοιχα.

α) Να βρείτε όλα τα ζεύγη των παράλληλων πλευρών του τετραγώνου. Ποιά σχέση συνδέει τις κλίσεις κάθε δύο παράλληλων πλευρών;

(Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\lambda_1}{\lambda_3} + \frac{\lambda_2}{\lambda_4} = 2$.

(Μονάδες 10)



22049

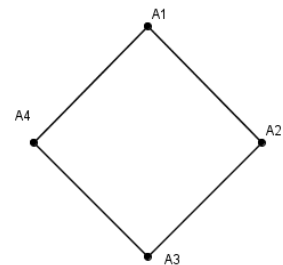
Δίνεται το τετράγωνο του σχήματος με κορυφές A_1, A_2, A_3, A_4 . Έστω $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ οι κλίσεις των ευθειών $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_1$ αντίστοιχα.

α) Να βρείτε όλα τα ζεύγη των πλευρών του τετραγώνου που είναι κάθετες μεταξύ τους. Ποιά σχέση συνδέει τις κλίσεις κάθε δύο κάθετων πλευρών;

(Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι: $\lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_2 \cdot \lambda_3 + \lambda_3 \cdot \lambda_4 + \lambda_4 \cdot \lambda_1 = -4$.

(Μονάδες 10)



22071

Οι πλευρές AB και AD ενός παραλληλογράμμου ABΓΔ έχουν εξισώσεις $x+2y+1=0$ και $2x+y+5=0$ αντίστοιχα και το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι το σημείο K(1,2).

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Η κορυφή A του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες A(-3, 1)

(Μονάδες 08)

ii. Η κορυφή Γ του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες Γ(5, 3).

(Μονάδες 07)

β) Να βρείτε τις εξισώσεις των άλλων δύο πλευρών του ΒΓ και ΓΔ.

(Μονάδες 10)

22173

Δίνεται το τετράγωνο ABΓΟ με κορυφές τα σημεία A(0,4), B(4,4), Γ(4,0), O(0,0). Στην διαγώνιο ΑΓ παίρνουμε σημείο Z, τέτοιο ώστε $\overrightarrow{AZ} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AG}$.

Επίσης, θεωρούμε το μέσο Δ της ΒΓ.

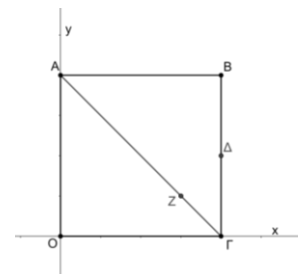
α) Να βρείτε:

i. Τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

(Μονάδες 07)

ii. Τις συντεταγμένες του σημείου Z.

(Μονάδες 09)



β) Αν το σημείο Δ είναι το (4,2) και το σημείο Z το (3,1), να αποδείξετε ότι η ευθεία ΖΔ είναι κάθετη στην ευθεία ΑΓ.

(Μονάδες 09)

Θέμα 4

14970

Δίνεται η ευθεία $\gamma = \lambda(x-2) + \lambda - 2, \lambda \in \mathbb{R}$ (1).

α) Να βρείτε τις ευθείες που προκύπτουν όταν $\lambda = 1$ και όταν $\lambda = 2$. Κατόπιν να βρείτε το κοινό σημείο M των δυο ευθειών.

(Μονάδες 7)

Έστω $M(1, -2)$

β) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που προκύπτουν από την (1) για τις διάφορες τιμές του λ , διέρχονται από το M.

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε:

i. τα σημεία τομής A, B της ευθείας (1) με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

(Μονάδες 6)

ii. για ποιες τιμές του λ το εμβαδόν του τριγώνου OAB είναι ίσο με $\frac{1}{2}$.

(Μονάδες 7)

15029

Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα σημεία $O(0,0)$, $A(1, \sqrt{3})$, $B(\sqrt{3}+1, \sqrt{3}-1)$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας OA καθώς και τη γωνία ω που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB καθώς και τη γωνία ϕ που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$.

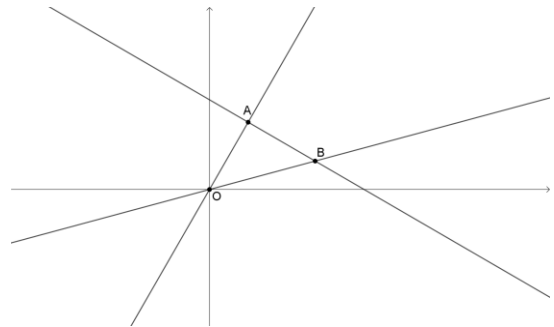
(Μονάδες 6)

γ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με $\hat{A} = 90^\circ$.

(Μονάδες 7)

δ) Να δείξετε ότι $\varepsilon\phi 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$.

(Μονάδες 6)



15658

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2, -2)$ και $\vec{\beta} = (1, 1)$ τα οποία έχουν κοινή αρχή το σημείο $K(2, 1)$.

α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα.

(Μονάδες 4)

β) Αν το σημείο A είναι το πέρας του διανύσματος $\vec{\alpha}$, B είναι το πέρας του διανύσματος $\vec{\beta}$ και $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$ ένα τυχαίο σημείο της ευθείας AB,

i. να δείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων A και B είναι $A(4, -1)$ και $B(3, 2)$.

(Μονάδες 5)

ii. να δείξετε ότι $3x_\Gamma + y_\Gamma = 11$.

(Μονάδες 6)

iii. να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$, αν ισχύει ότι το Γ είναι εσωτερικό σημείο του ευθύγραμμου τμήματος AB και $|\overline{K\Gamma}| = \frac{1}{2}|\overline{AB}|$.

(Μονάδες 10)

17078

Δίνονται τα σημεία $A(3, 2\alpha)$, $B(4, \alpha)$, $\Gamma(\alpha + 1, 1 - \alpha)$ και $\Delta(\alpha, 1)$, με $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A και B έχει εξίσωση $y = -\alpha x + 5\alpha$.

(Μονάδες 6)

ii. Τα σημεία Γ και Δ ανήκουν στην ευθεία AB αν και μόνο αν $\alpha = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$.

(Μονάδες 7)

iii. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο όταν $\alpha \neq \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$.

(Μονάδες 7)

β) Θεωρήστε τον ισχυρισμό: «Υπάρχει πραγματικός αριθμός α ώστε το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ να είναι τετράγωνο.» Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

18568

Δίνονται τα σημεία $A(2, 4)$, $B(-1, 0)$ και $\Gamma(3, -2)$.

α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B , Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 04)

β) Αν η ευθεία AB τέμνει τον άξονα $y'y$ σε ένα σημείο Δ και η ευθεία $A\Gamma$ τέμνει τον άξονα $x'x$ σε ένα σημείο E , τότε:

i. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Δ και E .

(Μονάδες 10)

ii. Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$ και $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{E\Gamma}$.

(Μονάδες 06)

γ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία DE είναι παράλληλη της $B\Gamma$.

(Μονάδες 05)

22065

Δίνονται τα σημεία $A(0, 0)$, $B(8, 0)$, $\Gamma(10, 4)$, $\Delta(2, 4)$. Τα σημεία M και N είναι τα μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα, ενώ K και Λ είναι τα σημεία που τέμνουν τα τμήματα DM και ΔN την διαγώνιο $A\Gamma$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων M και N .

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών $A\Gamma$, DM , ΔN και στη συνέχεια τις συντεταγμένες των σημείων K και Λ .

(Μονάδες 10)

δ) Να δείξετε ότι τα σημεία K και Λ τριχοτομούν την διαγώνιο $A\Gamma$, δηλαδή την χωρίζουν σε τρία ίσα τμήματα.

(Μονάδες 5)

