

Θέμα 2

15986

Δίνονται τα σημεία $A(1,1)$ και $B(2,3)$

α) i) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα A, B .

ii) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας AB είναι η (ϵ) : $y = 2x - 1$.

(Μονάδες 12)

β) Να εξετάσετε αν το σημείο $\Gamma(2^{100}, 5)$ ανήκει στην ευθεία (ϵ) .

(Μονάδες 13)

21162

Δίνονται τα σημεία $A(3,2)$ και $B(-1,-6)$. Να βρεθούν:

α) Οι συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB .

(Μονάδες 8)

β) Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B .

(Μονάδες 8)

γ) Η εξίσωση της μεσοκαθέτου ευθείας (ϵ) του ευθύγραμμου τμήματος AB .

(Μονάδες 9)

21662

Δίνεται η ευθεία ϵ : $-x + y - 2 = 0$ και τα σημεία $A(-5,1)$ και $B(-3,5)$.

α) Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου A ως προς το σημείο B .

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε:

i. την εξίσωση της ευθείας ϵ' που διέρχεται από το B και είναι κάθετη στην ϵ .

(Μονάδες 5)

ii. το σημείο τομής των ευθειών ϵ και ϵ' .

(Μονάδες 5)

iii. το συμμετρικό του σημείου B ως προς την ευθεία ϵ .

(Μονάδες 5)

22059

Δίνεται το σημείο $A(1, -3)$ και η ευθεία ϵ : $4x + 6y = 1$.

α) Να εξηγήσετε γιατί το A δεν είναι σημείο της ευθείας ϵ .

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A και είναι παράλληλη στην ευθεία ϵ .

(Μονάδες 15)

22072

Δίνονται οι εξισώσεις (1): $\lambda x + (\lambda - 1)y - 4 = 0$ και (2): $(3\lambda + 1)x - 2\lambda y - 7 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν εξισώσεις ευθειών για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 15)

β) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες με εξισώσεις τις (1) και (2) να είναι μεταξύ τους κάθετες.

(Μονάδες 10)

22092

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφή $A(1,4)$. Η πλευρά AD έχει εξίσωση $3x - 2y + 5 = 0$ και η διαγώνιος BD έχει εξίσωση $y = x + 2$.

α) Να αποδείξετε ότι η κορυφή Δ έχει συντεταγμένες $\Delta(-1,1)$.

(Μονάδες 12)

β) Αν οι διαγώνιοι $ΑΓ$ και $ΒΔ$ του τετραπλεύρου τέμνονται κάθετα, να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου $ΑΓ$.

(Μονάδες 13)

22171

Δίνονται οι ευθείες ϵ_1 : $3x - y = 5$ και ϵ_2 : $x - y + 1 = 0$.

α) Να βρεθεί το σημείο τομής τους M .

(Μονάδες 10)

β) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $M(3,4)$ και είναι κάθετη στην (ϵ_2) .

(Μονάδες 10)

γ) Να βρεθεί ένα διάνυσμα παράλληλο στην (ϵ_1) .

(Μονάδες 05)

Θέμα 4

14978

Δίνονται τα σημεία $A(1,1), B(3,3)$.

- α) Αν $M(x,y)$ σημείο του επιπέδου, να βρείτε τις αποστάσεις d_1, d_2 του M από τα A και B αντίστοιχα. (Μονάδες 6)
- β) Να γράψετε τη σχέση που πρέπει να πληρούν οι d_1, d_2 , ώστε το σημείο M να ανήκει στη μεσοκάθετο του AB . (Μονάδες 4)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του AB . (Μονάδες 8)
- δ) Να βρείτε σημείο Σ τέτοιο ώστε το τρίγωνο ΣAB να είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 7)

15004

- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που διέρχεται από τα σημεία $A(4,2)$ και $B(8,5)$. (Μονάδες 5)
- β) Αν $\varepsilon_1: 3x - 4y - 4 = 0$, να δείξετε ότι η οξεία γωνία που σχηματίζει με την ευθεία $\varepsilon_2: 7x - y - 1 = 0$ είναι $\hat{\varphi} = 45^\circ$. (Μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε το σημείο τομής των ε_1 και ε_2 . (Μονάδες 4)
- δ) Να βρείτε την εξίσωση ευθείας ε_3 τέτοιας ώστε η ε_2 να διχοτομεί τη γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες ε_1 και ε_3 . (Μονάδες 8)

15253

Δίνεται η εξίσωση $(\mu^2 - 1)x + (3\mu^2 - 2\mu - 1)y - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$ (1), όπου $\mu \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ η (1) παριστάνει ευθεία ε . (Μονάδες 5)
- β) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ οι ευθείες ε :
- i. είναι παράλληλες στον xx' . (Μονάδες 4)
 - ii. είναι παράλληλες στον yy' . (Μονάδες 4)
 - iii. διέρχονται από το $(0,0)$. (Μονάδες 4)
- γ) Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες ε που προκύπτουν από την (1) διέρχονται από σταθερό σημείο. (Μονάδες 8)

15439

Μία φωτεινή ακτίνα διερχόμενη από το σημείο $A(2,3)$ και προσπίπτουσα στην ευθεία (ε) με εξίσωση $x + y + 1 = 0$, μετά την ανάκλασή της διέρχεται από το σημείο $M(1,1)$.

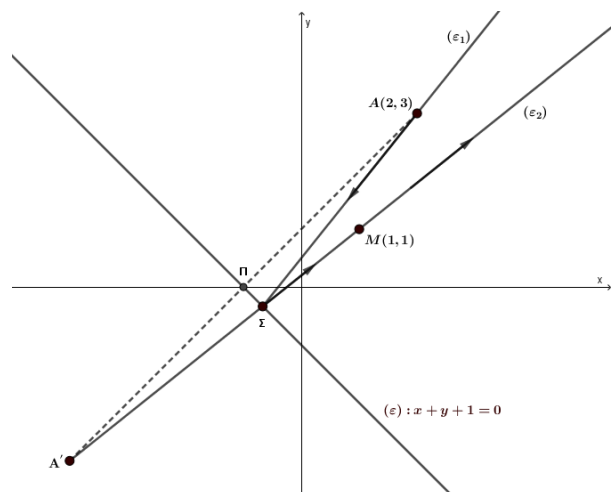
- α) i. Να αποδείξετε ότι η προβολή του σημείου A πάνω στην ευθεία (ε) είναι το σημείο $\Pi(-1,0)$. (Μονάδες 7)

- ii. Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό του σημείου A ως προς την ευθεία (ε) , είναι το σημείο $A'(-4,-3)$. (Μονάδες 5)

- β) i. Αν γνωρίζετε ότι η ανακλώμενη ακτίνα είναι η ευθεία (ε_2) , η οποία διέρχεται από τα σημεία A', Σ, M , τότε να βρείτε την εξίσωσή της. (Μονάδες 4)

- ii. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου πρόσπτωσης Σ της φωτεινής ακτίνας (ε_1) πάνω στην ευθεία (ε) . (Μονάδες 5)

- γ) Αν $\Sigma\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, τότε να βρείτε την εξίσωση της προσπίπτουσας ακτίνας (ε_1) . (Μονάδες 4)



15475

Δύο εργοστάσια A και B τα οποία σε ένα σύστημα συντεταγμένων έχουν συντεταγμένες $A(2,1), B(4,3)$, βρίσκονται κοντά σε μια ακτή που πρόκειται να κατασκευαστεί μια αποβάθρα και θα εξυπηρετεί τα δύο εργοστάσια.



(Μονάδες 8)

β) Αν η ακτή είναι ευθύγραμμη με εξίσωση $\varepsilon: y = 2x - 7$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου της ακτής στο οποίο πρέπει να τοποθετηθεί η αποβάθρα ώστε να απέχει εξ ίσου από τα δύο εργοστάσια.

(Μονάδες 10)

γ) Αν το ζητούμενο σημείο του ερωτήματος β) είναι $N(4,1)$, να βρείτε πόσο απέχει το κάθε εργοστάσιο από το σημείο αυτό.

(Μονάδες 7)

16003

Θεωρούμε την οικογένεια των ευθειών $\varepsilon_\alpha: (\alpha - 4)x - 2\alpha y + \alpha + 4 = 0, \alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις ευθείες που προκύπτουν όταν $\alpha = 0$ και όταν $\alpha = 1$ και κατόπιν να προσδιορίσετε το κοινό τους σημείο M .

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες της οικογένειας διέρχονται από το M .

(Μονάδες 6)

γ) Έστω ότι μια ευθεία της παραπάνω οικογένειας τέμνει τους θετικούς ημιάξονες Ox, Oy στα σημεία A και B αντίστοιχα.

i. Να αποδείξετε ότι $0 < \alpha < 4$.

(Μονάδες 4)

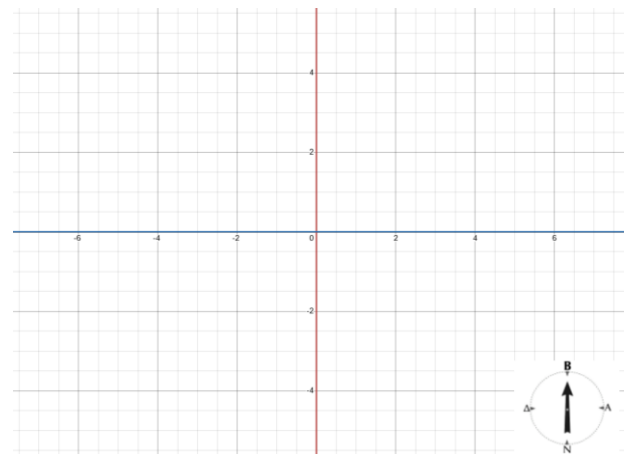
ii. Να βρείτε για ποια τιμή του α ισχύει $(OA) = 2(OB)$

(μονάδες 5)

16477

Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy , η εξίσωση ευθείας

$\varepsilon_\lambda: \lambda x + (1 - \lambda)y + 2 = 0$, όπου λ αριθμός που μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$, παριστάνει τη φωτεινή ακτίνα που εκπέμπει ένας περιστρεφόμενος φάρος Φ . Ακόμη δίνεται ότι ένα φορτηγό πλοίο είναι αγκυροβολημένο στο σημείο $O(0,0)$.



α) i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του φάρου Φ

(Μονάδες 10)

ii. Να εξετάσετε αν υπάρχει φωτεινή ακτίνα που εκπέμπεται από το φάρο προς το αγκυροβολημένο πλοίο.

(Μονάδες 5)

β) Ένα ρυμουλκό πλοίο P βρίσκεται βόρεια του φάρου Φ . Η φωτεινή ακτίνα που φωτίζει το P έχει εξίσωση $x + y + 4 = 0$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου P όταν είναι γνωστό ότι η συντομότερη διαδρομή που πρέπει να διανύσει το ρυμουλκό πλοίο για να πάει προς το αγκυροβολημένο φορτηγό πλοίο είναι ίση με 4 μονάδες μήκους.

(Μονάδες 10)

18244

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = \sqrt{3}x$ και $\varepsilon_2 : y = x$.

α) Να σχεδιάσετε τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει κάθε μια από τις ευθείες ε_1 και ε_2 με τον άξονα x' .

(Μονάδες 6)

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί η οξεία γωνία των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι 15° .

(Μονάδες 3)

δ) Να αποδείξετε ότι $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$.

(Μονάδες 10)

21160

Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Οxy θεωρούμε το τρίγωνο που ορίζεται από τα σημεία $O(0, 0)$, $B(\kappa, 0)$ και $\Gamma(0, 2\kappa)$ όπου κ θετικός πραγματικός αριθμός. Εξωτερικά του τριγώνου ΟΒΓ κατασκευάζουμε τετράγωνα ΟΒΔΕ και ΟΓΖΗ, τότε:

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που ανήκουν τα ευθύγραμμα τμήματα ΓΔ και ΒΖ.

(Μονάδες 10)

β) Να βρεθεί η εξίσωση του ύψους του τριγώνου ΟΒΓ που διέρχεται από το Ο.

(Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ΓΔ, ΒΖ και το ύψος του β) ερωτήματος διέρχονται από το ίδιο σημείο.

(Μονάδες 8)

21652

Δίνονται οι εξισώσεις $\lambda x + y = 2\lambda$ (1) και $x + \lambda y = \lambda + 1$ (2), όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ οι εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν ευθείες ε_λ και η_λ αντίστοιχα.

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ οι ευθείες ε_λ και η_λ τέμνονται.

(Μονάδες 6)

γ) Για $\lambda \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

i. να βρείτε συναρτήσει του λ τις συντεταγμένες του σημείου τομής Μ των ε_λ και η_λ .

(Μονάδες 7)

ii. αν $M\left(\frac{2\lambda+1}{\lambda+1}, \frac{\lambda}{\lambda+1}\right)$ να αποδείξετε ότι το Μ κινείται στην ευθεία $\zeta : x - y = 1$.

(Μονάδες 6)