

Γραφική επίλυση γραμμικού συστήματος 2 εξισώσεων με δύο αγνώστους

Παράδειγμα 1ο.

Να λυθεί το σύστημα

$$\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$$

Καθώς γνωρίζουμε κάθε μία από τις εξισώσεις αυτές παριστάνει στο επίπεδο μία ευθεία. Για να επιλύσουμε γραφικά αυτό το σύστημα πρέπει αρχικά να σχεδιάσουμε τις ευθείες

1. Λύνουμε κάθε εξίσωση ως προς y

$$\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 3x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y = 7 - 5x \\ y = -3x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = -7 + 5x \\ y = -3x + 2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{5x - 7}{2}$$

2. Φτιάχνουμε έναν πίνακα τιμών

$y = \frac{5x - 7}{2}$		
x	3	-1
y	4	-6

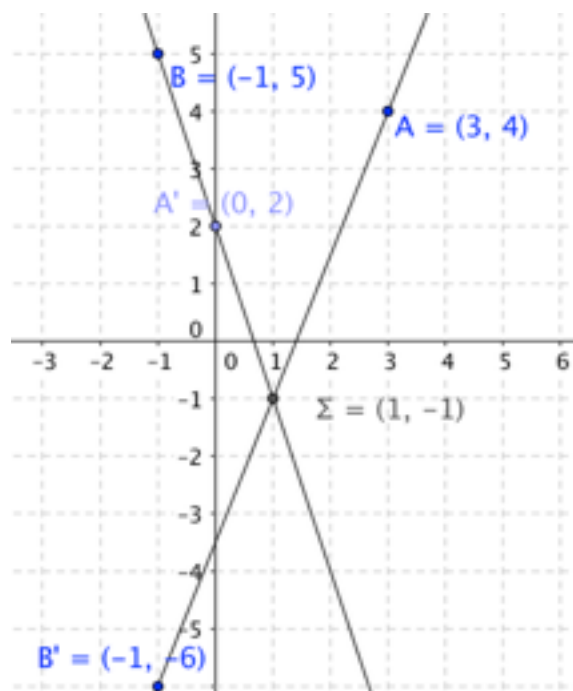
$y = -3x + 2$		
x	0	-1
y	2	5

για

3. Τοποθετούμε τα σημεία που προέκυψαν από τους παραπάνω πίνακες $A(3, 4)$ $B(-1, -6)$ στο σύστημα συντεταγμένων και σχεδιάζουμε την ευθεία που διέρχεται από αυτά .

Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία με τα $A'(0, 2)$ και $B'(-1, 5)$

Οι συντεταγμένες του σημείου τομής δίνουν τη λύση του συστήματος, Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι γραμμικό σύστημα έχει **μοναδική λύση** $(x, y) = (1, -1)$



Παράδειγμα 2ο.

Να λυθεί το σύστημα

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - \frac{y}{2} = 1 \\ -x + \frac{y}{6} = 2 \end{array} \right\}$$

1. Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών και λύνουμε κάθε εξίσωση ως προς y

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - \frac{y}{2} = 1 \\ -x + \frac{y}{6} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 6x - y = 2 \\ -6x + y = 2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} y = 6x - 2 \\ y = 6x + 2 \end{array} \right\}$$

2. Φτιάχνουμε έναν πίνακα τιμών για κάθε μία από τις εξισώσεις

$y = 6x - 2$			$y = 6x + 2$		
x	0	1	x	0	-1
y	-2	4	y	2	-4

3. Τοποθετούμε τα σημεία και σχεδιάζουμε τις ευθείες..

4. Οι ευθείες του συστήματος είναι παράλληλες. Αυτό θα μπορούσαμε να το δούμε από την αρχή διότι οι ευθείες είναι στη μορφή $y = ax + \beta$ και έχουν την ίδια κλίση $a=6$. Στην περίπτωση αυτή το σύστημα λέμε ότι είναι ΑΔΥΝΑΤΟ



Παράδειγμα 3ο.

Να λυθεί το σύστημα

$$\left. \begin{aligned} \frac{3x}{4} - \frac{y}{2} &= 1 \\ -\frac{9x}{2} + 3y &= -6 \end{aligned} \right\}$$

1. Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών και λύνουμε κάθε εξίσωση ως προς y

$$\left. \begin{aligned} \frac{3x}{4} - \frac{y}{2} &= 1 \\ -\frac{9x}{2} + 3y &= -6 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{aligned} 3x - 2y &= 4 \\ -9x + 6y &= -12 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{aligned} y &= \frac{3x-4}{2} \\ y &= \frac{9x-12}{6} \end{aligned} \right\}$$

2. Φτιάχνουμε έναν πίνακα τιμών για κάθε μία από τις εξισώσεις

$3x-2y=4$			$-9x+6y=-12$		
x	2	-2	x	2	-2
y	1	-5	y	1	-5

3. Παρατηρούμε ότι και οι δύο πίνακες έχουν ακριβώς τις ίδιες τιμές. Άρα οι δύο ευθείες ταυτίζονται και άρα τελικά θα σχεδιάσουμε ΜΟΝΟ ΜΙΑ ευθεία. Παρατηρούμε επίσης ότι η εξίσωση $-9x+6y=-12$ έχει προέλθει από την $3x-2y=4$ πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη με το -3 . Συνεπώς θα μπορούσαμε από την αρχή να γνωρίζουμε ότι οι ευθείες ταυτίζονται.

4. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το σύστημα είναι **ΑΟΡΙΣΤΟ** και λύση του συστήματος είναι οι συντεταγμένες κάθε σημείου της ευθείας.

