

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 6x^2 + x - 2$

i) Να βρείτε με ποιες μετασχηματισμούς της γ.η. της $g(x) = 6x^2$ έχει προκύψει η γ.η. παράστασης της f

ii) Να βρείτε την κορυφή της παραβολής της γ.η. της f και βρείτε συνέχεια Διαστήματα ΜΟΝΟΤΟΝΙΑΣ

iii) Να εξετάσετε αν η γ.η. της f έχει ολικό ΜΕΓΙΣΤΟ ή ολικό ΕΛΑΧΙΣΤΟ.

vi) Θεωρώ τη συνάρτηση $h(x) = f\left(x - \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{24}$
Να βρείτε Διαστήματα ΜΟΝΟΤΟΝΙΑΣ

ΛΥΣΗ

$$f(x) = 6x^2 + x - 2 \text{ ή } f(x) = 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{2}{6}\right) = 6\left(x^2 + 2 \cdot \frac{1}{12}x - \frac{1}{3}\right)$$

$$f(x) = 6\left(x^2 + 2 \cdot \frac{1}{12}x + \left(\frac{1}{12}\right)^2 + \left(\frac{1}{12}\right)^2 - \frac{1}{3}\right)$$

$$f(x) = 6\left[\left(x + \frac{1}{12}\right)^2 + \frac{1}{144} - \frac{1}{3}\right] = 6\left(x + \frac{1}{12}\right)^2 - \frac{49}{144}$$

$$f(x) = 6\left(x + \frac{1}{12}\right)^2 - \frac{49}{24} \quad \text{Άρα η γ.η. της } 6x^2 \text{ έχει}$$

μετακινηθεί κατά $\frac{1}{12}$ ΑΡΙΣΤΕΡΑ και $\frac{49}{12}$ κάτω

Οπότε η κορυφή της C_f : $K\left(-\frac{1}{12}, -\frac{49}{24}\right)$

iii) Διαστήματα ΜΟΝΟΤΟΝΙΑΣ η γ.η. έχει μορφή $\cup_K$

Άρα $f \downarrow$ στο $\left(-\infty, -\frac{1}{12}\right]$ και $f \uparrow$ στο $\left[-\frac{1}{12}, +\infty\right)$

η γ.η. παρουσιάζει ολικό ΕΛΑΧΙΣΤΟ το $-\frac{49}{24}$
Στο $x = -\frac{1}{12}$

iv) Η γ.η. της h έχει προκύψει από τη γ.η. της f

Με μετακίνηση $\frac{3}{4}$ δεξιά και $\frac{1}{24}$ πάνω

Οπότε η κορυφή της παραβολής μετακινείται

$$\text{από } K\left(-\frac{1}{12}, -\frac{49}{24}\right) \text{ σε } K'\left(-\frac{1}{12} + \frac{3}{4}, -\frac{49}{24} + \frac{1}{24}\right)$$

$$K'\left(+\frac{8}{12}, -\frac{48}{24}\right) = K'\left(+\frac{2}{3}, -2\right)$$

Οπότε $f \downarrow x \in (-\infty, \frac{2}{3}]$ $f \uparrow x \in [\frac{2}{3}, +\infty)$

Ολικό Ελάχιστο το -2 για $x = \frac{2}{3}$