

Β ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΕΡΓΑΣΙΑ 1: ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ 1.1 – 1.3

ΘΕΜΑ 1

1. Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και τα μέσα K, Λ των $AB, \Gamma\Delta$ αντιστοίχως. Να αποδείξετε ότι: $\vec{A\Gamma} + \vec{B\Delta} = 2 \vec{K\Lambda}$
2. Αν για τα σημεία A, B, Γ, Δ, E ισχύει $\vec{A\Gamma} + \vec{E\Delta} = \vec{E\Lambda} - \vec{\Gamma B}$ να αποδείξετε ότι τα σημεία A και B συμπίπτουν
3. Αν ισχύει $\vec{\Delta M} - \vec{A M} = \vec{M B} + \vec{\Gamma M}$ να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{A B}$ και $\vec{\Gamma \Delta}$ είναι αντίθετα
4. Θεωρούμε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και O το σημείο τομής των διαγωνίων του. Για οποιοδήποτε σημείο M να αποδείξετε ότι:
$$\vec{M A} + \vec{M B} + \vec{M \Gamma} + \vec{M \Delta} = 4 \vec{M O}.$$

ΘΕΜΑ 2

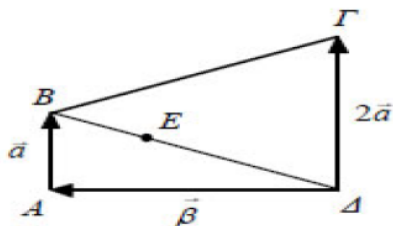
5. Να βρείτε τις τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει η ισοδυναμία
$$(\kappa^2 - \kappa - 6) \cdot \vec{\alpha} = (3 - \kappa) \cdot \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{\beta}$$
6. Να βρείτε τις τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε το διάνυσμα $(2\kappa^2 - 3\kappa - 5) \cdot \vec{\alpha}$ να είναι ομόρροπο του $\vec{\alpha}$
7. Έστω δυο ευθύγραμμα τμήματα AB και $\Gamma\Delta$ με μέσα M και N αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι: $\vec{M N} = \frac{1}{2} \vec{A \Gamma} + \frac{1}{2} \vec{B \Delta}$

ΘΕΜΑ 3

8. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ και E του επιπέδου ώστε
$$\vec{A \Delta} = 2 \vec{A B} + 5 \vec{A \Gamma} \text{ και } \vec{A E} = 5 \vec{A B} + 2 \vec{A \Gamma}.$$
 - α) Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\Delta E}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{A B}$ και $\vec{A \Gamma}$
 - β) Να αποδείξετε ότι $\vec{\Delta E} \parallel \vec{B \Gamma}$.
9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ και E του επιπέδου ώστε
$$\vec{A \Delta} = 4 \vec{A B} - 9 \vec{A \Gamma} \text{ και } \vec{A E} = \vec{A B} - 6 \vec{A \Gamma}.$$
 Να αποδείξετε ότι $\vec{\Delta E} \parallel \vec{B \Gamma}$.

ΘΕΜΑ 4

10. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε $\Delta E = 2EB$.



- α) Να εκφράσετε συναρτήσει των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ τα διανύσματα $\vec{AB}, \vec{EB}, \vec{GB}, \vec{AE}, \vec{EG}$
 β) Να δείξετε ότι τα σημεία A, E, Γ είναι συνευθειακά.

11. Δίνονται τα σημεία A, B, Γ. Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε σημείο M το διάνυσμα $3\vec{MA} - 5\vec{MB} + 2\vec{MG}$ είναι σταθερό.

12. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{MA} = \vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + 6\vec{\gamma}$, $\vec{MB} = 2\vec{\alpha} + 6\vec{\beta} + \vec{\gamma}$ και $\vec{MG} = 3\vec{\alpha} + 9\vec{\beta} - 4\vec{\gamma}$, όπου $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ μη-μηδενικά διανύσματα του επιπέδου. Να δείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ είναι συνευθειακά.

ΘΕΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 2 ΚΩΔΙΚΟΣ : 18603

Δίνεται τρίγωνο ABΓ και σημεία Δ και E του επιπέδου τέτοια, ώστε $\vec{AD} = 2\vec{AB} + 5\vec{AG}$ και $\vec{AE} = 5\vec{AB} + 2\vec{AG}$.

α) Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{DE}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{AB}$ και $\vec{AG}$.
 (Μονάδες 13)

β) Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{DE}$ και $\vec{BG}$ είναι παράλληλα. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2 ΚΩΔΙΚΟΣ : 18604

Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ και E, Z σημεία τέτοια ώστε: $\vec{AE} = \frac{2}{5}\vec{AD}$, $\vec{AZ} = \frac{2}{7}\vec{AG}$.

α) Να γράψετε τα διανύσματα $\vec{EZ}$ και $\vec{ZB}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{AB}$ και $\vec{AD}$.
 (Μονάδες 13)

β) Να δείξετε ότι τα σημεία B, Z, και E είναι συνευθειακά. (Μονάδες 12)