

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΡΓΑΣΙΑ 4:

ΕΥΘΕΙΑ

Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας – Γωνία ευθείας

- 1 Δίνονται τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(2, 1)$ και $\Gamma(3, 4)$.
α) Να βρείτε τους συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$
β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- 2 Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία
α) $A(-2, 1)$ και $B(3, -4)$ β) $\Gamma(0, -2)$ και $\Delta(0, 3)$ γ) $E(4, -2)$ και $Z(1, -2)$
- 3 Έστω AM η διάμεσος ενός τριγώνου $AB\Gamma$ με $A(5, 2)$, $B(-5, -3)$, $\Gamma(9, 1)$.
Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A και M .
- 4 Αν οι ευθείες (ε) και (δ) έχουν συντελεστές διεύθυνσης $\lambda_\varepsilon = \alpha - 1$ και $\lambda_\delta = 2\alpha + 1$ τότε να βρείτε τις τιμές του α ώστε οι ευθείες να είναι α) παράλληλες β) κάθετες

Εύρεση Εξίσωση της Ευθείας

- 5 Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $K(-2, 3)$ και είναι
α) παράλληλη στην ευθεία $\delta: y = 5x + 2$
β) κάθετη στην ευθεία $\zeta: y = \frac{1}{4}x + 6$
γ) παράλληλη στον άξονα $x'x$
δ) παράλληλη στον άξονα $y'y$
ε) σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα $x'x$

Υπολογισμός παραμέτρων

- 6 Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon: y = (2\alpha^2 + \alpha + 1)x - 4$ και $\delta: y = (\alpha^2 - \alpha + 4)x + \alpha - 5$.
Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό α , αν οι ευθείες ε και δ είναι παράλληλες.

- 7 Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: y = \alpha x + \alpha - 7$ και $\varepsilon_2: y = \frac{\alpha - 6}{9}x + 2\alpha$.

Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό α , αν οι ευθείες είναι κάθετες.

Σημεία τομής - Μεσοκάθετος

- 8 Δίνονται τα σημεία $A(1, 2)$ και $B(5, 6)$. Να βρείτε:
α) την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα A και B .
β) τη μεσοκάθετο του ευθυγράμμου τμήματος AB
- 9 Δίνονται τα σημεία $A(1, 5)$, $B(4, -1)$, $\Gamma(3, 7)$, $\Delta(-1, -9)$.
Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών AB και $\Gamma\Delta$.
- 10 Δίνονται τα σημεία $A(2, 5)$ και $B(4, 3)$. Να βρείτε
α) την εξίσωση της ευθείας AB
β) τα σημεία τομής της ευθείας AB με τους άξονες
γ) τη γωνία που σχηματίζει η AB με τον άξονα $x'x$

Στοιχεία Τριγώνων - Πολυγώνων

- 11** Θεωρούμε ευθύγραμμο τμήμα AB και το μέσο του M με $A(1, -2)$ και $M(-2, 5)$. Να βρείτε :
- α) το σημείο B
 - β) την εξίσωση της μεσοκαθέτου (ϵ) του ευθυγράμμου τμήματος AB καθώς και τα σημεία τομής αυτής με τους άξονες
- 12** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ) που διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2)$ και από το σημείο τομής της ευθείας $y = x - 1$ με τον άξονα x' . Μετά να βρείτε το λ ώστε το σημείο $B(\lambda - 3, 1)$ να ανήκει στην (ϵ).
- 13** Να βρείτε σημείο M της ευθείας $\epsilon: y = 2x + 9$ το οποίο ισαπέχει από τα σημεία $A(-3, 5)$ και $B(1, -3)$
- 14** Δίνεται το σημείο $M(-2, -1)$ και η ευθεία $\epsilon: x + y - 1 = 0$. Να βρείτε
- α) την προβολή του M στην ευθεία ϵ
 - β) το συμμετρικό του M ως προς την ευθεία ϵ .
- 15** Να βρεθεί το συμμετρικό του σημείου $K(3, 1)$ ως προς την ευθεία $\epsilon: 2y = x - 1$
- 16** Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $A(-2, 2)$, $B(8, 12)$, $\Gamma(-10, 6)$.
Να βρείτε τις εξισώσεις :
- α) των πλευρών του AB, BΓ, AΓ
 - β) του ύψους AΔ
 - γ) της διαμέσου AM
 - δ) της μεσοκαθέτου της πλευράς AB
- 17** Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $A(2, 1)$. Οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται δύο ύψη του έχουν εξισώσεις $y = -3x + 11$ και $y = x + 3$. Να βρείτε
- α) τις εξισώσεις των πλευρών AB, AΓ
 - β) τις συντεταγμένες των κορυφών B και Γ
 - γ) την εξίσωση της πλευράς BΓ
- 18** Σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ABΓΔ είναι $A(3, 2)$ και δύο από τις πλευρές του έχουν εξισώσεις $x + y - 1 = 0$ και $x - y + 3 = 0$. Να βρεθούν οι άλλες κορυφές του ορθογωνίου.
- 19** Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ με τις πλευρές AB και AΔ να έχουν εξισώσεις $3x - y = 11$ και $x + y = 5$ αντίστοιχα. Αν το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι το $K(-1, 1)$, να βρεθούν οι εξισώσεις των άλλων πλευρών του.
- 20** Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $M(2, 3)$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδό ίσο με $1/2$ τ.μ.

Γεωμετρικοί τόποι

- 21**. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(\lambda - 1, 2\lambda - 3)$ καθώς το λ μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$.
- 22**. Δίνονται τα σημεία $A(3\lambda - 1, 6\lambda - 5)$ και $B(4\mu - 6, 10 - 2\mu)$. Να αποδείξετε :
- α) ότι το σημείο A κινείται σε ευθεία ϵ και το σημείο B κινείται σε ευθεία ζ .
 - β) οι ευθείες ϵ και ζ είναι κάθετες και να βρείτε το σημείο τομής τους.
- 23**. Δίνονται τα σημεία $A(3\lambda - 4, 7\lambda + 2)$ και $B(\lambda + 2, 5\lambda - 18)$. Να αποδείξετε ότι το μέσο M του ευθυγράμμου τμήματος AB κινείται σε ευθεία.