

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΡΓΑΣΙΑ 6: Απόσταση σημείου από ευθεία – Εμβαδόν Τριγώνου

Απόσταση Σημείου από ευθεία

1. Να βρείτε:

α. την απόσταση του σημείου $A(-2, 3)$ απ' την ευθεία $\varepsilon : 6x - 8y + 1 = 0$

β. τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το σημείο $B(2, -1)$ απέχει απ' την ευθεία $\varepsilon' : (\lambda - 1)x + \lambda y - 2\lambda + 1 = 0$ απόσταση $d = \sqrt{3}$.

Μεσοπαράλληλη – Απόσταση παραλλήλων – Διχοτόμος γωνίας

2. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 4x - 3y + 2 = 0$ κι $\varepsilon_2 : y = \frac{4}{3}x - 2$.

α. Ναδειχθεί ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

β. Να βρεθεί η απόσταση των ευθειών ε_1 κι ε_2 .

3. Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1 : 3x - 5y + 11 = 0$ κι $\varepsilon_2 : 3x - 5y - 3 = 0$. Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας των ε_1 κι ε_2 .

4. Η ευθεία $\varepsilon : 2x + 5y - 5 = 0$ είναι η μεσοπαράλληλη δύο ευθειών ε_1 κι ε_2 , για τις οποίες ισχύει $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 12$. Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών ε_1 κι ε_2 .

5. Ναδειχθεί ότι η ευθεία $\varepsilon : 7x + 4y - 16 = 0$ είναι μία απ' τις διχοτόμους των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $\varepsilon_1 : 3x - 4y - 4 = 0$ κι $\varepsilon_2 : 5x - 12y - 4 = 0$.

6. Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $\varepsilon_1 : 2x + y + 3 = 0$ κι $\varepsilon_2 : 2x + 4y - 9 = 0$. Ποια είναι η διχοτόμος της οξείας γωνίας;

Εμβαδόν Τριγώνου

7. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου σε καθεμία απ' τις παρακάτω περιπτώσεις:

α. $A(2, 3)$, $B(-1, -1)$, $\Gamma(0, 4)$ β. $A(-1, 0)$, $B(3, 4)$, $\Gamma(-5, -4)$

8. Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$, με κορυφές $A(0, 2)$, $B(2, 5)$, $\Gamma(4, -1)$ και $\Delta(3, -6)$.

9. Έστω τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, με κορυφές $A(-3, 5)$, $B(1, 1)$ και $\Gamma(9, -3)$. Θεωρούμε τα σημεία Δ , E και Z τέτοια, ώστε: $\overrightarrow{A\Delta} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{BZ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B\Gamma}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle EZ$.
10. Δίνονται τα σημεία $A(2, -1)$ και $B(-2, 3)$. Να βρείτε τα σημεία $M(\alpha, \beta)$ της ευθείας $\varepsilon: 2x+y-7=0$, για τα οποία το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle MAB$ είναι 12 τετραγωνικές μονάδες.

Προσδιορισμός ευθείας με χρήση Απόστασης Σημείου ή Εμβαδόν Τριγώνου

11. Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία $3x - 4y + 3 = 0$ και απέχει από το σημείο $A(1, -2)$ απόσταση ίση με 3 μονάδες.
12. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι κάθετες στην ευθεία $\delta: 3x - 2y + 5 = 0$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο εμβαδού 3 τ.μ.
13. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon): x-3y+1=0$ και $(\zeta): 2x+5y-9=0$. Να βρεθούν οι ευθείες οι οποίες διέρχονται από το σημείο τομής των (ε) και (ζ) και :
 - i. Απέχουν από την αρχή $O(0,0)$ απόσταση ίση με 2.
 - ii. Τα σημεία $A(-1,-1)$ και $B(4,5)$ ισαπέχουν από αυτές.
14. Δίνεται η ευθεία $(\zeta): x+2y-25=0$ και το σημείο $A(3,1)$. Να βρείτε :
 - i. Την απόσταση του σημείου A από την ευθεία (ζ)
 - ii. Τις εξισώσεις των ευθειών που είναι κάθετες στη (ζ) και απέχουν από το A απόσταση ίση με $\sqrt{20}$.

Ελάχιστη απόσταση από Ευθεία

15. Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon): x + 2y - 6 = 0$ και το σημείο $K(2,-3)$.
 - i. Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση που απέχει ένα σημείο της ευθείας (ε) από την αρχή των αξόνων.
 - ii. Να βρείτε ποιο είναι το σημείο της ευθείας (ε) που απέχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων.
 - iii. Να βρείτε ποιο σημείο της ευθείας (ε) που απέχει τη μικρότερη απόσταση από το σημείο K .
16. Οι ευθείες $\varepsilon: \lambda x + (\lambda - 1)y - 5 = 0$ και $\delta: (\lambda + 1)x - (\lambda + 4)y - 15 = 0$ είναι κάθετες.

Να βρείτε :

 - α) τον αριθμό λ
 - β) το σημείο τομής των ευθειών (ε) και (δ)
 - γ) την ελάχιστη απόσταση που απέχει ένα σημείο της ευθείας (ε) από την αρχή των αξόνων, καθώς και ποιο είναι το σημείο αυτό.