

ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΣΚΗΣΗ 1

- Έστω $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δυο διανύσματα του επιπέδου με $|\vec{\alpha}|=1, |\vec{\beta}|=2$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})=\frac{\pi}{3}$. Να υπολογισθούν τα εσωτερικά γινόμενα :
- i. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ ii. $(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} - \vec{\beta})$ iii. $(\vec{\alpha} - \vec{\beta})^2$ iv. $(2\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} + 2\vec{\beta})$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνονται τα σημεία A(3,1) , B(2,-5) , Γ(-4,3) και Δ(-1,-2). Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\overline{AB} \cdot \overline{GD}$.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2, \lambda)$ και $\vec{\beta} = (\lambda - 8, 1)$ με $\lambda \in \mathbb{R}$, για τα οποία ισχύει ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$. Να βρείτε :

- Το λ ii. Το εσωτερικό γινόμενο $(\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} + \vec{\beta})$.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Αν $|\vec{\alpha}|=3, |\vec{\beta}|=4$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})=\frac{\pi}{3}$ να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\nu} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, 2)$ και $\vec{\beta} = (3, 1)$. Να βρεθεί η γωνία θ των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Δίνονται δυο κάθετα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν : $|\vec{\beta}|=\sqrt{15}$ και $(\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}) \cdot (2\vec{\alpha} - \vec{\beta}) = 5$

Να βρείτε το $|\vec{\alpha}|$

Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\nu} = 2\vec{\alpha} + 5\vec{\beta}$ και $\vec{w} = 3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$ είναι κάθετα.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Αν $\left| \vec{\alpha} \right| = 3$, $\left| \vec{\beta} \right| = \left| \vec{\gamma} \right| = 1$ και $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + 4\vec{\gamma} = \vec{0}$, τότε

Να βρείτε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

Να υπολογίσετε τη γωνία των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$

ΑΣΚΗΣΗ 8

Να αποδείξετε τους ακόλουθους ισχυρισμούς

Αν ισχύει ότι $\left| \vec{\alpha} \right| = \left| \vec{\beta} \right| = \left| \vec{\alpha} - \vec{\beta} \right|$, να αποδείξετε ότι $\left| \vec{\alpha} + \vec{\beta} \right| = \sqrt{3} \left| \vec{\alpha} \right|$

Αν ισχύει ότι $\left| \vec{\beta} \right| = 2 \left| \vec{\alpha} \right|$ και $\left| \vec{\alpha} + \vec{\beta} \right| = \left| 4\vec{\beta} - 5\vec{\alpha} \right|$, να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \uparrow \uparrow \vec{\beta}$.

Αν ισχύει ότι $\left| \vec{\beta} \right| = 3 \left| \vec{\alpha} \right|$ και $\left| 2\vec{\alpha} + \vec{\beta} \right| = \left| \vec{\alpha} \right|$, να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$.

ΑΣΚΗΣΗ 9

Έστω $\vec{\alpha} = (-1, 2)$.

Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{v}$ ώστε $\vec{v} \perp \vec{\alpha}$ και $\left| \vec{v} \right| = 5$.

Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{u}$ ώστε $\vec{u} \parallel \vec{\alpha}$ και $\vec{\alpha} \cdot \vec{u} = \sqrt{45}$.