

ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΕΦΑΛΑΙΑ 6 ΚΑΙ 7: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Πεδίο Ορισμού

1) Ποιο είναι το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων :

i. $f(x) = x^2 - 3x + 12$

ii. $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 2}$

iii. $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 3x + 2}$

iv. $f(x) = 2x + \sqrt{6 - x}$

v. $f(x) = \frac{3x + 5}{x - 3} + \sqrt{x - 2}$

vi. $f(x) = \sqrt[3]{x - 1} + \sqrt{2 - x}$

vii. $f(x) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$

2) Ποιο είναι το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων :

i. $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$ ii. $f(x) = \sqrt{-x^2 - 2x + 8}$ iii. $f(x) = \frac{6 - 4x}{x^2 - 9} + \frac{2x}{x^2 + 4x + 3} + \frac{5}{2}$

iv. $g(x) = \frac{5x - 12}{x^3 + x^2 + x}$ v. $h(x) = \frac{x - 5}{x^4 - 27x}$ vi. $f(x) = \frac{x + 1}{5 - |1 - 3x|}$ vii. $f(x) = \frac{x + 3}{|x - 2| - |2x - 1|}$

3) Ποιο είναι το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων :

i. $f(x) = \frac{1}{2x - 6} + \sqrt{x + 2}$

ii. $f(x) = \frac{\sqrt{x + 3} + 1}{\sqrt{4 - x}}$

iii. $g(x) = \frac{\sqrt{3 - |x|}}{x - 1}$

iv. $g(x) = \frac{\sqrt{10 - 2|x|}}{x^2 + 3x}$

v. $h(x) = \frac{\sqrt{7 - |2x - 3|}}{|x - 1| - 2}$

vi. $h(x) = \frac{1}{\sqrt{|x - 1|}} + \sqrt{2 - |x|}$

4) Ποιο είναι το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων :

i. $f(x) = \frac{1}{|x| - x}$

ii. $f(x) = \frac{1}{|x| + x}$

iii. $g(x) = \sqrt{|x| - x}$

iv. $g(x) = \sqrt{x - |x|}$

v. $h(x) = \frac{1}{\sqrt{|x| - x}}$

vi. $h(x) = \sqrt{|x| + x}$

5) Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} 2x - 5, & \alpha\nu \ x \geq 0 \\ -x^2 + 7, & \alpha\nu \ x < 0 \end{cases}$

i. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της f;

ii. Να βρείτε τις τιμές: α) $f(-3)$ β) $f\left(\frac{5}{2}\right)$ γ) $f(-1)$ δ) $f(0)$ ε) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ στ) $f(-\sqrt{3})$

iii. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 3$

6) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5$.

i. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της f;

ii. Να βρείτε τις τιμές: i) $f(-2)$ ii) $f(0)$

iii) $f(5)$

iii. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: i) $f(-3\alpha)$

ii) $f(2a^2)$

iii) $f(\alpha - \beta)$

iv. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2$

v. Να λύσετε την ανίσωση $f(x + 2) + f(x) \leq 22$

7) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 16}{2x^2 + 8x}$

i. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της f;

ii. Να απλοποιήσετε τον τύπο της f

iii. Να βρείτε τις τιμές: i) $f(2)$ ii) $f(4)$ iii) $f(-4)$ iv) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

8) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 3x + a$ για την οποία ισχύει $f(4)=6$.

i. Να βρείτε τον αριθμό α

ii. Να βρείτε τις τιμές $f(-3), f(-1), f(0)$ και $f(2)$.

iii. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=12$.

iv. Να λύσετε την ανίσωση $f(x)<6$.

9) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x+a}{x^2+3x-4}$ για την οποία ισχύει $f(-5)=-2$.

i. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της f;

ii. Να βρείτε τον αριθμό α.

iii. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \frac{3}{2}$

iv. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 0$.

10) Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^2 - 6|x| + a}{x^2 - 9}$ για την οποία ισχύει $f(5) = \frac{1}{4}$.

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

ii. Να βρείτε τον αριθμό α.

iii. Να απλοποιήσετε τον τύπο της f.

iv. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \frac{1}{2}$.

v. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq \frac{1}{3}$.

11) Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} 3x+a, & \alpha\nu \ x \geq -2 \\ x^2+\beta x+a, & \alpha\nu \ x \leq -2 \end{cases}$ για την οποία ισχύει $f(-1)=-7$.

i. Να βρείτε τους αριθμούς α και β.

ii. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=-8$.

iii. Να μετατρέψετε το κλάσμα: $\frac{2}{f(-\sqrt{6})+f(\sqrt{6})}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρανομαστή.

iv. Να λύσετε την ανίσωση $x(x+1) \leq f(f(-6))$.

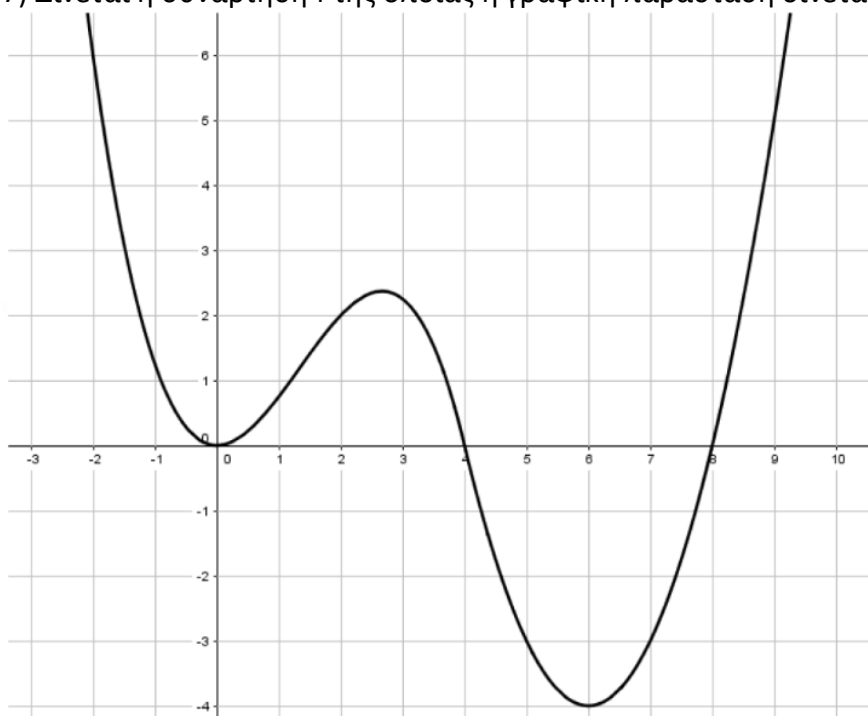
12) Ένα ορθογώνιο έχει περίμετρο 20m και πλάτος x m.

i. Να εκφράσετε το εμβαδόν του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x.

ii. Να βρείτε για ποιες τιμές του x το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 21 m^2 .

Γραφική Παράσταση Συνάρτησης

- 1) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$. Να εξετάσετε αν τα σημεία A(1,5) και B(3,7) ανήκουν στην καμπύλη της f.
- 2) Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 2\alpha x + \beta$ να διέρχεται από τα σημεία A(-1,3) και B(1,7).
- 3) Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων με τους άξονες.
i. $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ ii. $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3x+9}$ iii. $f(x) = \frac{x^2-x}{x^2-1}$
- 4) Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} |x|-3, & \alpha\nu \ x \leq 1 \\ x^2-4, & \alpha\nu \ x > 1 \end{cases}$ Να βρείτε: α) το πεδίο ορισμού της f, β) τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.
- 5) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2-5x+4} \cdot (|2x-1|-3)$. Να βρείτε:
i. το πεδίο ορισμού της f,
ii. τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες.
- 6) Το σημείο M(-3,-5) ανήκει στη γραφική παράσταση της $f(x) = x^2 + \lambda x - 8$. Να βρείτε:
α) τον αριθμό λ , β) τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.
- 7) Δίνεται η συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται από το σχήμα



- A) Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$, $f(5)$, $f(6)$, $f(7)$, $f(8)$, $f(9)$
- B) Να βρείτε τα διαστήματα όπου η γραφική παράσταση της f είναι πάνω από τον άξονα $x'x$
- Γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 0$

- 8) Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f(x) = 3x^2 - x - 2$ και $g(x) = -x^2 + 3x - 3$.
- 9) Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f(x) = |x - 2| - 1$ και $g(x) = 3 - |2 - x|$.
- 10) Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f(x) = |3x - 1| + 1$ και $g(x) = |3 - x| + 5$.

ΘΕΜΑ 1

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & \text{αν } x \leq 1 \\ x^2 + \beta x, & \text{αν } x > 1 \end{cases}$ της οποίας η γραφική παράσταση

διέρχεται από τα σημεία $A(-3,5)$ και $B(5,10)$.

- Να βρείτε τις τιμές των a και β .
- Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες.
- Αν είναι $M(2, f(2))$ και $N(-1, f(-1))$, να βρείτε την απόσταση (MN) .

ΘΕΜΑ 2

Οι γραφικές παραστάσεις των επόμενων συναρτήσεων: $f(x) = \sqrt{x-1} - 2$ και $g(x) = x^2 + \lambda x - 5$ τέμνουν τον άξονα $x'x$ στο ίδιο σημείο. Να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού της f
- τον αριθμό λ
- τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της g με τους άξονες.

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |x - 2| - 5$. Να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού της f
- τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες.
- τα διαστήματα στα οποία η C_f βρίσκεται: i) πάνω από τον άξονα $x'x$
ii) κάτω από τον άξονα $x'x$

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 5x + 6$ και $g(x) = -x^2 - 2x + 15$. Να βρείτε τα διαστήματα, στα οποία:

- η C_f δεν βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$
- η C_g δεν βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$
- η C_f δεν βρίσκεται κάτω από τη C_g

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |2x - 7| + a$ η οποία τέμνει τον άξονα $y'y$ σε σημείο με τεταγμένη 4.

- Να βρείτε τον αριθμό a .
- Να βρείτε τα διαστήματα, στα οποία η C_f βρίσκεται:
 - πάνω από τον άξονα $x'x$
 - κάτω από τον άξονα $x'x$.

ΘΕΜΑ 6

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 3x + a, & \alpha\nu \ x < -1 \\ |x+1| - a, & \alpha\nu \ x \geq -1 \end{cases}$ της οποίας η γραφική

παράσταση τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη -3. Να βρείτε:

- την τιμή του a
- τα διαστήματα, στα οποία η C_f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.
- τα σημεία της C_f που έχουν τεταγμένη 6.

ΘΕΜΑ 7

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = \frac{x^2 + \lambda x + \mu}{|2x - 1| - 5}$ η οποία τέμνει τον

άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη $\frac{5}{2}$ και διέρχεται από το σημείο $M(2,6)$. Να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού της f
- τους αριθμούς λ και μ
- τα σημεία τομής της C_f με τον άξονα $x'x$
- το συμμετρικό του σημείου $N(4, f(4))$ ως προς: i) τον άξονα $x'x$, ii) τον άξονα $y'y$, iii) την αρχή των αξόνων, iv) τη διχοτόμο της 1ης και της 3ης γωνίας των αξόνων.

Η συνάρτηση $f(x)=ax+b$

1. Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας (AB) η οποία διέρχεται από τα σημεία $A(-3,-5)$ και $B(-9,1)$. Ποια είναι η γωνία που σχηματίζει η (AB) με τον άξονα $x'x$;

2. Δίνονται οι ευθείες $(\epsilon) : y = 2x + 4$ και $(\zeta) : y = \frac{7}{2}x + 1$. Να βρείτε :

- $\alpha_\epsilon, \alpha_\zeta$
- το σημείο τομής των (ϵ) και (ζ)
- τα σημεία τομής της (ϵ) με τους άξονες

3. Να βρείτε τον αριθμό $\lambda \in \mathbb{R}$ για τον οποίο :

- Οι ευθείες $y = (3\lambda - 5)x + 4$ και $y = -x + 12$ είναι παράλληλες.
- Οι ευθείες $(\epsilon_1) : y = (\lambda - 1)x + 2$ και $(\epsilon_2) : y = \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)x - 3$ είναι κάθετες.

4. Δίνονται οι ευθείες: $\epsilon : y = -2x + 4$ και $\zeta : y = 3x + 9$.

- Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών.
- Να σχεδιάσετε τις ευθείες ϵ και ζ στο ίδιο σύστημα αξόνων.

5. Η γραφική παράσταση της $f(x) = \frac{x+\lambda}{3}$ διέρχεται από το σημείο A(-1,-2).

- i. Να βρείτε τον αριθμό λ.
- ii. Να βρείτε το f(2).
- iii. Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

6. Η ευθεία $\epsilon: y=(2\lambda-6)x+\lambda-1$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

- i. Να βρείτε τον αριθμό λ.
- ii. Να σχεδιάσετε την ευθεία ϵ .

7. Η ευθεία $\epsilon: y=(3-\lambda)x+\lambda+1$ σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45° .

- i. Να βρείτε τον αριθμό λ.
- ii. Να σχεδιάσετε την ευθεία ϵ .

8. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = |x+4| - 2|x-2| - 2x$

- i. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f
- ii. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 0$
- iii. Να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $f(x)=a$ για τις διάφορες τιμές του $a \in \mathbb{R}$.

9. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + x + 3$

- i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.
- ii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f.

10. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = |x-1| + \lambda x + \mu$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη 5 και τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη 3.

- i. Να βρείτε τους αριθμούς λ και μ.
- ii. Να κάνετε τη γραφική παράστασης της f.

11. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon: y=(\alpha+2)x+7\alpha+4$ και $\zeta: y=(\beta-\alpha)x-\beta-2\alpha$. Η ευθεία ϵ διέρχεται από το σημείο M(-3,2) και ισχύει ότι $\epsilon \parallel \zeta$. Να βρείτε:

- i. τις τιμές των α και β
- ii. το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία ζ με τους άξονες.

12. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: y=-2x+2$, $\epsilon_2: y=4x-1$ και $\epsilon_3: y=-3x+6$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας:

- i. που είναι παράλληλη στην ϵ_1 και διέρχεται από το σημείο τομής των ϵ_2 και ϵ_3
- ii. που διέρχεται από το σημείο τομής των ϵ_1 και ϵ_3 και το σημείο της ϵ_2 με τετμημένη -3.

13. Η ευθεία $\epsilon: y=\lambda x-4$ σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα $x'x$, ενώ το τρίγωνο που σχηματίζει με τους άξονες έχει εμβαδόν 4 τ.μ. Να βρείτε τον αριθμό λ.

14. Η ευθεία $\epsilon: y = \frac{\lambda+1}{2} \cdot x + 1 - \lambda$ διέρχεται από το σημείο A(-4,5). Να βρείτε:

- i. τον αριθμό λ,
- ii. την ευθεία ζ που είναι κάθετη στην ϵ και διέρχεται από το σημείο B(4,6)
- iii. το σημείο στο οποίο η ευθεία ϵ τέμνει την ευθεία ζ που βρήκατε στο (β).

15. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=|x|$ και έστω A και B τα σημεία της γραφικής της παράστασης με τετμημένες -3 και 5 αντίστοιχα.
- Να βρείτε τις τεταγμένες των σημείων A και B, καθώς και την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από τα σημεία A και B.
 - Να σχεδιάσετε την C_f και την παραπάνω ευθεία ε στο ίδιο σύστημα αξόνων.
 - Να λύσετε γραφικά την ανίσωση $|x| \leq \frac{x+15}{4}$.
16. Δύο πόλεις A και B απέχουν 40km. Ένας ποδηλάτης ξεκινά από την πόλη A και πηγαίνει στην πόλη B έχοντας σταθερή ταχύτητα 8 km/h.
- Να βρείτε τη συνάρτηση που εκφράζει την απόσταση του ποδηλάτη από την πόλη B, x ώρες αφού ξεκίνησε.
 - Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.
17. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=3 \cdot \frac{\sqrt{x^2-6x+2}}{x-3}+2$ τέμνει τον άξονα $y'y$ σε σημείο με τεταγμένη -1.
- Να βρείτε τον αριθμό λ .
 - Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να απλοποιήσετε τον τύπο της.
 - Να κάνετε τη γραφική παράσταση της f .
18. Οι κορυφές ενός τριγώνου ABΓ είναι τα σημεία A(0,-3), B(4,0) και Γ(3,-2). Να βρείτε:
- το μήκος της πλευράς BΓ
 - την εξίσωση της ευθείας BΓ
 - την εξίσωση του ύψους ΑΔ του τριγώνου ABΓ
 - το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ

Η συνάρτηση $f(x)=ax^2$

- Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{x^4+ax^2}{x^2-4}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο M(-1,1).
 - Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και την τιμή του a .
 - Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .
2. Δίνεται η παραβολή του παρακάτω σχήματος, η οποία διέρχεται από το σημείο A(2,2). Να βρείτε:
- της εξίσωση της παραβολής
 - το σημείο της παραβολής με τετμημένη -4
 - τα σημεία της παραβολής με τεταγμένη 18
3. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=\frac{1}{4}x^2$ και $g(x)=-\frac{1}{4}x^2$.
4. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=3x^2+1$ και $g(x)=-3x^2+1$.
5. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=x^2-2$ και $g(x)=-x^2-2$.

Η συνάρτηση $f(x) = \frac{a}{x}$

1. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = \frac{a^2 + 3a + 4}{x}$ διέρχεται από το σημείο $M(-1, \alpha)$.

- i. Να βρείτε τον αριθμό α
- ii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

2. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} 2x, & \alpha \nu \quad -2 \leq x < 1 \\ \frac{2}{x}, & \alpha \nu \quad x \geq 1 \end{cases}$

- i. Να βρείτε το πεδίο της f .
- ii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .
- iii. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της f .

3. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x}, & \alpha \nu \quad x \leq -1 \\ 2, & \alpha \nu \quad -1 < x < 1 \\ \frac{2}{x}, & \alpha \nu \quad x \geq 1 \end{cases}$

- i. Να βρείτε το πεδίο της f και να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .
- ii. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης:
 - α) να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή
 - β) να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της f .

4. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{|x|}, & \alpha \nu \quad |x| \geq 1 \\ -x^2, & \alpha \nu \quad |x| < 1 \end{cases}$

- i. Να βρείτε το πεδίο της f και να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .
- ii. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης:
 - α) να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της f .
 - β) να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{ax + a - 3}{x - 1}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(2, 3)$.

- i. Να βρείτε την τιμή του α .
- ii. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες.
- iii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

Η συνάρτηση $f(x)=ax^2+bx+c$

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 6x + 5$.
 - i. Να βρείτε την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας της C_f .
 - ii. Να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της f .
 - iii. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες.
 - iv. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της f .
2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$.
 - i. Να βρείτε την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας της C_f .
 - ii. Να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της f .
 - iii. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες.
 - iv. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της f .
3. Η παραβολή $f(x) = \lambda x^2 + (\lambda + 2)x - 2(2\lambda - 1)$ έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = -1$.
 - i. Να βρείτε τον αριθμό λ .
 - ii. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
 - iii. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 10$.
4. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x^2 + (\lambda + 2)x - 2\lambda$ εφάπτεται στον άξονα $x'x$. Να βρείτε:
 - i. τον αριθμό λ
 - ii. τη μονοτονία και τα ακρότατα της f .
5. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 2(\mu + 1)x + \nu$ τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σημείο με τετμημένη 1 και έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = -1$.
 - i. Να βρείτε τους αριθμούς μ και ν .
 - ii. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
 - iii. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 21$
6. Η παραβολή $f(x) = (\lambda + 1)x^2 + (\lambda^2 - 4\lambda - 9)x + 4\lambda$ παρουσιάζει μέγιστο στο $x_0 = 3$. Να βρείτε:
 - i. τον αριθμό λ
 - ii. την κορυφή της παραβολής.
7. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο 40cm.
 - i. Αν το μήκος του είναι x cm, να εκφράσετε συναρτήσει του x , το πλάτος και το εμβαδόν του ορθογωνίου.
 - ii. Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου για τις οποίες το εμβαδόν του ορθογωνίου γίνεται μέγιστο, καθώς και το μέγιστο εμβαδόν.
8. Δίνεται η παραβολή: $f(x) = \mu x^2 + 2(\mu - 1)x + \mu - 1$, $\mu \neq 0$. Η κορυφή της παραβολής ανήκει στην ευθεία $y = 2x + 6$.
 - i. Να βρείτε τον αριθμό μ .
 - ii. Δίνεται και η συνάρτηση: $g(x) = -x^2 + 4\lambda^2 + 16\lambda - 10$. Να βρείτε για ποια τιμή του λ , το σημείο τομής των C_f και C_g έχει τη μεγαλύτερη τετμημένη.