

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΟΡΙΑ (για  $x_0$  και  $\pm\infty$ )**

1. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-x-2}$

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

ii. Να εξετάσετε αν υπάρχει το όριο της  $f$  στο 2.

2. Να βρεθεί το  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-4}{x^2+2x+1}$ .

3. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{(x-2) \cdot \eta\mu x}{x^3-4x}$

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

ii. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

4. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

ii. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ .

5. 1) Αν για κάθε  $x \in \mathbf{R} - \{\pm 2\}$  ισχύει:  $|x^2-4|f(x) \leq x-2017$ , να βρεθεί το  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

2) Αν για κάθε  $x \in \mathbf{R} - \{1\}$  ισχύει:  $\frac{1}{(x-1)^2} \leq f(x)$ , να βρεθεί το  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

6. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{|x^3-2x+5|-|x+7|}{(x-2)^2}$

i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $f$ .

ii. Να βρεθεί το  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ .

7. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{9x^2 + 1} - 3x$  .

i. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  .

ii. Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + 6x)$  .

8. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{16x^2-4x}}$  .

i. Να δικαιολογήσετε ότι μπορούμε να αναζητήσουμε το όριο της  $f$  στο  $+\infty$  και στο  $-\infty$  .

ii. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  και το  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

iii. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  και το  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} f(x)$  .

9. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln\left(\frac{2x^2+\theta}{2x}\right)$  με  $\theta > 0$  .

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$  .

ii. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  .

iii. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x)$  .

10. Να υπολογίσετε τα όρια:

i.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$  .

ii.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$  .

iii.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{4x^2 + x} + x)$  .

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)},$$

11. Δίνεται η συνάρτηση  
 όπου  $P(x) = (\alpha - 1)x^2 - x + 5$  και  $Q(x) = (\alpha + 2)x^3 + \alpha x^2 + 2$ . Να βρείτε  
 το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\alpha \in \mathbf{R}$ .

12. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2+1}{2x+1} - (\kappa x + \lambda)$ ,  $\kappa, \lambda \in \mathbf{R}$ .

Να βρείτε για ποιες τιμές των  $\kappa, \lambda$  είναι

i.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .

ii.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ .

13. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{x^4 - 10000}{x^4 + 10000}$  και  $g(x) = \ln x$ .

i. Να βρείτε τη σύνθεση της  $f$  με την  $g$ .

ii. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g \circ f)(x)$ .

iii. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (g \circ f)(x)$ .

14. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 2010} - \lambda x$ ,  $\lambda \in \mathbf{R}$ .

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της. Ορίζονται τα  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ;

ii. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  για τις διάφορες τιμές του  $\lambda \in \mathbf{R}$ .

iii. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  για τις διάφορες τιμές του  $\lambda \in \mathbf{R}$ .