

1. Έστω οι συναρτήσεις $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ τέτοιες, ώστε:

$$-4x^3 \leq f(x) \leq 3x^4 + 1, \text{ για κάθε } x \in \mathbf{R},$$

$$\text{και } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) + 3}{x + 1} = 5.$$

Να βρείτε τα όρια:

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow -1} g(x).$$

$$\beta. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - 4}{x + 1}.$$

$$\gamma. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)g(x) + 12}{x + 1}.$$

2.α. Δίνεται η συνάρτηση g με τύπο $g(x) = \frac{|x^5 - 7| - 7}{x}$ και πεδίο ορισμού $A = \mathbf{R}^*$.

$$\text{Να αποδείξετε ότι } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0.$$

β. Έστω συνάρτηση $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. Αν η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο και ολικό μέγιστο να αποδείξετε ότι:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{|x^5 - 7| - 7}{x} \cdot f(x) \right] = 0.$$

3. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{1 - \sigma \nu \nu x}{\eta \mu x^2 - 2x^2}$ και πεδίο ορισμού $A = \mathbf{R}^*$. Να βρείτε τα όρια:

$$\text{i. } \lim_{x \rightarrow 0} f(x).$$

$$\text{ii. } \lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{1}{x}\right).$$

4. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{1 - \sqrt{x}}$

iii) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x - \sqrt{3x^2 - 4}}{x - \sqrt{2}}$

iv) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{\sqrt[3]{x} - 1}$

v) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x - 3} + \frac{5}{-3x^2 + 13x - 12} \right)$