

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ 2 (§1.2)

Ισότητα συναρτήσεων $f(x)$, $g(x)$

- Βρίσκουμε τα πεδία ορισμού A_f και A_g
- Απλοποιούμε τους τύπους των f και g
- Αν οι τύποι είναι ίδιοι μετά την απλοποίηση τότε λέμε πως οι συναρτήσεις είναι ίσες στο ευρύτερο υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο ισχύουν ταυτόχρονα οι περιορισμοί των f και g .

Πράξεις συναρτήσεων $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$, f/g

- Βρίσκουμε τα πεδία ορισμού A_f και A_g
- Υπολογίζουμε το ευρύτερο υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο ισχύουν ταυτόχρονα οι περιορισμοί των f και g και αυτό αποτελεί το πεδίο ορισμού για τις πράξεις πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμό. Για την διαίρεση πρέπει να θεωρήσουμε και τον επιπλέον περιορισμό $g(x) \neq 0$.

Σύνθεση συναρτήσεων $f \circ g$, και $g \circ f$

- Βρίσκουμε τα πεδία ορισμού A_f και A_g
- Υπολογίζουμε το πεδίο ορισμού της σύνθεσης, που είναι:

$$A_{f \circ g} = \{x \in A_g \text{ και } g(x) \in A_f\} \quad A_{g \circ f} =$$

- Βρίσκουμε τον τύπο της σύνθεσης με αντικατάσταση της μιας συνάρτησης στο x της άλλης:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \text{ και } (g \circ f)(x) =$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. (35168) Δίνονται οι συναρτήσεις f , g και h ώστε :

$$f(x) = \ln(1 + e^x), \quad g(x) = 2\ln x \text{ και } h(x) = \ln(1 + x^2).$$

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g β) Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ g$.

γ) Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις $f \circ g$ και h είναι ίσες.

2. (29830) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ και $g(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x}$.

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g . β) Να ορίσετε τις συναρτήσεις: $f \cdot g$ και $\frac{f}{g}$

3. (29832) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ και $g(x) = \ln \frac{1 - x}{1 + x}$.

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f \circ g$. γ) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης $(f \circ g)(x)$

4. (26637) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x}$ και $g(x) = \ln x$.

α) Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \cdot g$. β) Να ορίσετε τη συνάρτηση $\frac{f}{g}$.

γ) Να βρεθούν τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f \cdot g$ και $\frac{f}{g}$.

5. (28304) Η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, διέρχεται από τα σημεία $A(2, 2)$, $B(-2, 2)$ και $\Gamma(0, -2)$. Έστω επίσης η συνάρτηση $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $g(x) = |x|$.

α) Να βρείτε τις τιμές $f(2)$, $f(-2)$ και $f(0)$.

β) Να βρείτε τις τιμές $(g \circ f)(2)$, $(g \circ f)(-2)$ και $(g \circ f)(0)$.

γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f φαίνεται παρακάτω. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g \circ f$.

