

ΦΥΣΙΚΗ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΗΧΑΝΙΚΟ ΣΤΕΡΕΟ –ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ –ΥΛΗ 2021

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ-ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ-Μέρος 1ο

Στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου-θέματα Β να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

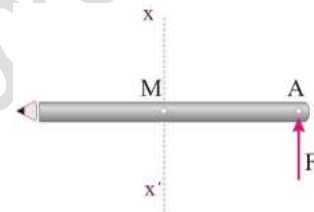
1. Μια ρόδα αυτοκινήτου ακτίνας R κυλίνεται με το κέντρο μάζας της να έχει σταθερή ταχύτητα v . Ένα μικρό καρφί μάζας m είναι καρφωμένο στην εξωτερική επιφάνεια της ρόδας. Αν θεωρήσουμε τις διαστάσεις του καρφιού αμελητέες, τότε η μεταβολή της ορμής του καρφιού, μεταξύ κατώτερης και ανώτερης θέσης

α) είναι mv β) είναι μηδέν γ) έχει μέτρο ίσο με $2mv$.

2. Το μολύβι του σχήματος μπορεί να κινείται ελεύθερα πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι.

Ασκούμε την ίδια δύναμη F δύο φορές, μία στο άκρο A και μία στο μέσο M . Το κέντρο μάζας του μολυβιού θα διανύσει το μήκος του τραπεζιού

- α. σε μικρότερο χρόνο όταν η δύναμη ασκείται στο μέσον M .
β. σε μικρότερο χρόνο όταν η δύναμη ασκείται στο άκρο A .
γ. στον ίδιο χρόνο και στις δύο περιπτώσεις.

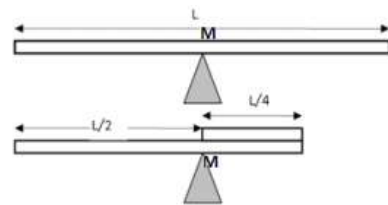


3. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει βάρος w και ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη στο μέσο της.

Κόβουμε το ένα τέταρτο της ράβδου και το τοποθετούμε όπως στο σχήμα.

Χωρίς να αλλάζουμε τη θέση του στηρίγματος, για να ισορροπήσει η ράβδος πάλι, πρέπει να ασκήσουμε στο αριστερό άκρο μια δύναμη κατακόρυφη

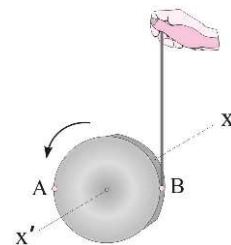
- α. προς τα πάνω μέτρου $w/4$.
β. προς τα πάνω μέτρου $w/8$.
γ. προς τα κάτω μέτρου $w/8$.



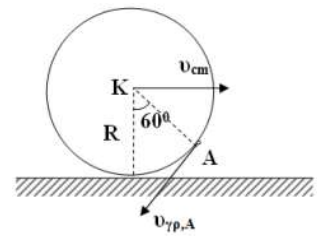
4. Το γιο - γιο του σχήματος αποτελείται από ένα μικρό κύλινδρο μάζας M και ακτίνας R , στο κυρτό μέρος του οποίου έχει τυλιχτεί πολλές φορές ένα αβαρές νήμα.

Κρατώντας το ελεύθερο άκρο του νήματος και αφήνοντας τον κύλινδρο ελεύθερο, το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος κατεβαίνει περιστρεφόμενος γύρω από ένα νοητό οριζόντιο άξονα $x'x$ που ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Αν η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι v_{cm} , τότε η ταχύτητα του σημείου A , το οποίο βρίσκεται στην επιφάνεια του κυλίνδρου, είναι

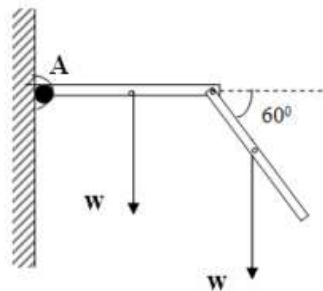
- α. v_{cm} β. $2v_{cm}$ γ. 0



5. Ο δίσκος του σχήματος, με ακτίνα R , κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) σε οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του K είναι v_{cm} . Το σημείο A του δίσκου, που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, έχει ταχύτητα με μέτρο α. v_{cm} β. $2v_{cm}$ γ. $\frac{3}{2} v_{cm}$



6. Δύο ίδιες ομογενείς ράβδοι μήκους ℓ και μάζας m , είναι ενωμένες, όπως φαίνεται στο σχήμα και το σύστημά τους μπορεί να περιστρέφεται γύρω από την άρθρωση A σε κατακόρυφο επίπεδο. Αν g η επιτάχυνση της βαρύτητας, το μέτρο της συνολικής ροπής που δέχεται το σύστημα των ράβδων είναι



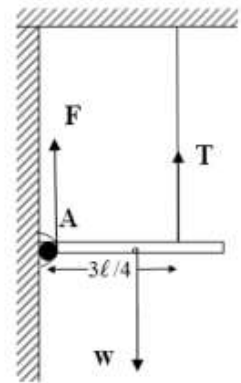
α. $\Sigma \tau = \frac{5mg\ell}{3}$ β. $\Sigma \tau = \frac{7mg\ell}{4}$
 γ. $\Sigma \tau = 2mg\ell$

7. Μία ομογενής ράβδος μήκους ℓ και βάρους w , είναι αρθρωμένη στο

$$\frac{3\ell}{4}$$

άκρο της A και το σκοινί είναι δεμένο σε απόσταση $\frac{3\ell}{4}$ από το A . Το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση. Η δύναμη F που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση έχει μέτρο ίσο με

α. $\frac{2w}{3}$ β. $\frac{w}{3}$ γ. $\frac{w}{2}$



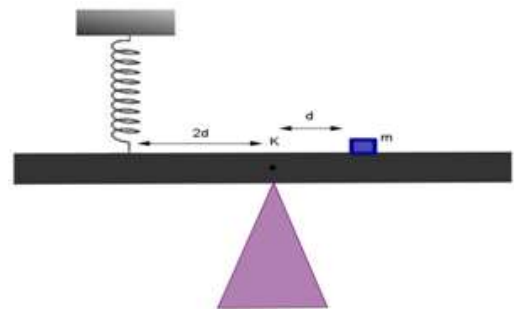
8. Η ράβδος AB ισορροπεί στηριζόμενη στο υποστήριγμα που διέρχεται από το μέσο της K . Σε απόσταση d από το K προς τα δεξιά υπάρχει σώμα μάζας m που είναι τοποθετημένο πάνω στη ράβδο. Σε απόσταση $2d$ προς τα αριστερά από το K υπάρχει ελατήριο το οποίο συγκρατεί την ράβδο σε οριζόντια θέση.

1) Το ελατήριο είναι:

- α) σε επιμήκυνση. β) στο φυσικό του μήκος.
 γ) σε συσπίρωση. Ποιά απάντηση είναι σωστή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

2) Αν $K = 100 \text{ N/m}$, $m = 10 \text{ kg}$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$, η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι:

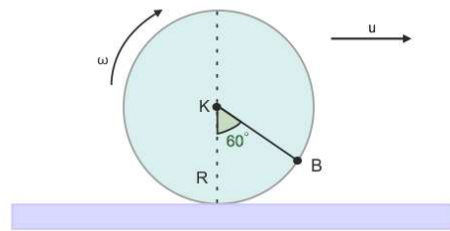
α) $\Delta \ell = 0,5 \text{ m}$ β) $\Delta \ell = 0$ γ) $\Delta \ell = 1 \text{ m}$



9. Τροχός κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα v_{cm} . Το B βρίσκεται στην περιφέρεια του τροχού και η επιβατική του ακτίνα σχηματίζει με την κατακόρυφη διάμετρο γωνία 60° (όπως στο σχήμα).

Το μέτρο της ταχύτητας του B είναι:

- α) $v_B = v_{cm}$ β) $v_B = v_{cm}\sqrt{2}$
 γ) $v_B = \frac{v_{cm}}{2}$ δ) $v_B = \frac{3v_{cm}}{2}$



10. Η λεπτή ομογενής δοκός AB του σχήματος

μήκους $L = 7,5\sqrt{2} \text{ m}$ και μάζας $M = 20 \text{ kg}$

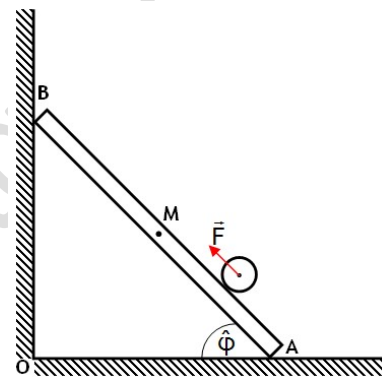
ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο OB και ισορροπεί σχηματίζοντας

γωνία $\hat{\varphi} = 45^\circ$ με το οριζόντιο δάπεδο. Ένας ομογενής, λεπτός

δίσκος μάζας $m = 1 \text{ kg}$ και ακτίνας R κυλίνεται (χωρίς να ολισθαίνει) κατά μήκος της δοκού προς το άκρο B, υπό την επίδραση

δύναμης μέτρου $F = 20\sqrt{2} \text{ N}$, παράλληλης στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Να βρείτε: Τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και δαπέδου ώστε ο δίσκος να φτάσει στο άκρο B της δοκού, χωρίς η δοκός να ολισθήσει στο δάπεδο.



11. Ομογενής ράβδος AB μήκους $L = 4 \text{ m}$ και βάρους $w = 100 \text{ N}$ ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση και στο σημείο της Λ σε υποστήριγμα ($ML = L/4$). Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια.

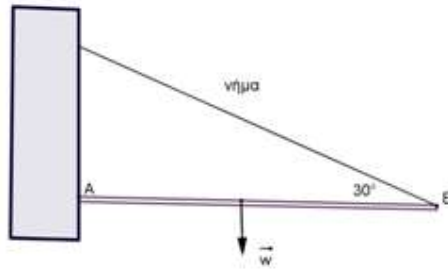


α) Να βρεθεί η δύναμη N που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα.

β) Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

γ) Μετακινούμε το υποστήριγμα και το τοποθετούμε στο Z, το οποίο είναι το μέσο του AM. Πόση είναι πλέον η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα στη ράβδο;

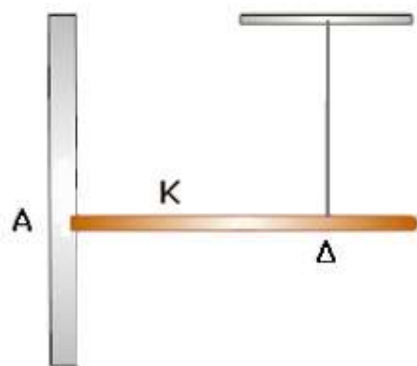
12. Η ράβδος AB του παρακάτω σχήματος είναι ομογενής, έχει μήκος ℓ και βάρος $w = 100 \text{ N}$ και ισορροπεί οριζόντια.



α) Να υπολογισθεί η τάση του νήματος.

β) Στο σημείο A η ράβδος εφάπτεται στον τοίχο. Αν η τριβή που δέχεται η ράβδος είναι μέγιστη δυνατή ώστε να ισορροπεί, να βρεθεί ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και τοίχου.

13. Μια ομογενής ράβδος, μάζας $M = 3\text{kg}$ και μήκους $L = 2\text{m}$, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, στηριζόμενη με το αριστερό άκρο της A σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση και δεμένη στο σημείο Δ στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος, του οποίου το πάνω άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Αν η τάση του νήματος είναι $T = 20\text{N}$, να υπολογίσετε:

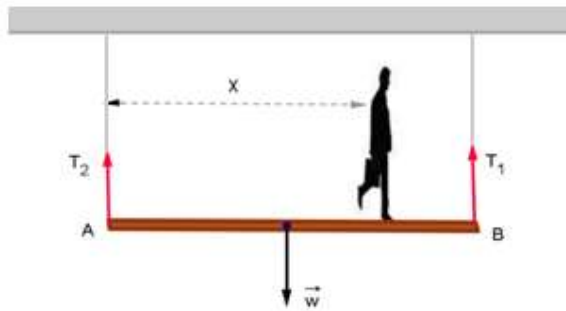


α) την απόσταση του σημείου Δ, από το άκρο A.

β) τη δύναμη στήριξης από την άρθρωση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

14. Ένας μηχανικός βάρους $w_1 = 800\text{N}$ βρίσκεται πάνω σε μια οριζόντια ομογενή σανίδα AB, μήκους $L = 10\text{m}$ και βάρους $w = 500\text{N}$. Η σανίδα κρέμεται από δύο κατακόρυφα σχοινιά που είναι δεμένα στα άκρα A και B. Όλο το σύστημα ισορροπεί οριζόντιο όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να βρεθούν τα μέτρα των τάσεων T_1 και T_2 των δύο σχοινιών αν $x = 8m$.

β) Ποιά είναι η μέγιστη και ποιά η ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάση T_1 ;

γ) Για ποιά τιμή της απόστασης x , το μέτρο της τάσης T_1 είναι ίσο με το μέτρο της τάσης T_2

15. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει βάρος $w_1 = 10N$ και μήκος $\ell = 4m$. Το ένα της άκρο αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο και το άλλο της άκρο κρέμεται από κατακόρυφο σχοινί με αποτέλεσμα να ισορροπεί οριζόντια.



α) Να βρεθεί η τάση του νήματος.

β) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

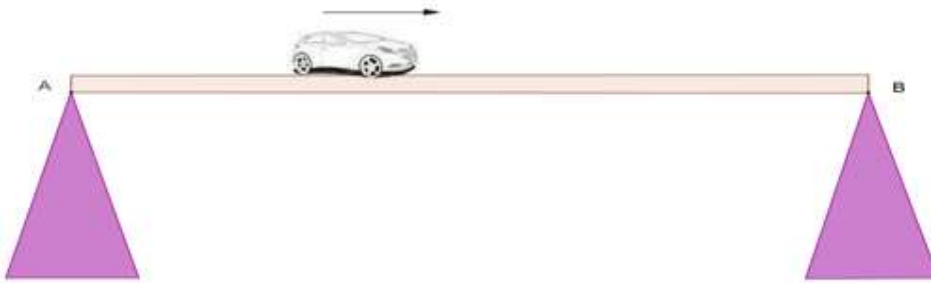
Τη χρονική στιγμή $t = 0$, από το άκρο A ξεκινάει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στη ράβδο ένας κύλινδρος βάρους $w_2 = 10N$ με επιτάχυνση $\alpha_{cm} = 1m/s^2$.

Ζητείται:

γ) Η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t = \sqrt{3} s$.

δ) Η γωνιακή ταχύτητα και η θέση του κυλίνδρου, όταν η τάση του νήματος γίνει $T = 10\text{ N}$. (Δίνεται η ακτίνα του κυλίνδρου $R = 0,1\text{ m}$).

16. Μια οριζόντια γέφυρα έχει μήκος $L = 8\text{ m}$ και βάρος $w = 40000\text{ N}$. Η γέφυρα στηρίζεται σε δυο υποστηρίγματα στα άκρα της Α και Β. Ένα όχημα βάρους $w_1 = 10000\text{ N}$ κινείται στη γέφυρα με $v = 1\text{ m/s}$. Θεωρούμε ως αρχική χρονική στιγμή $t = 0$ τη στιγμή που το όχημα φθάνει στο άκρο Α της γέφυρας.



α) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η γέφυρα από το υποστήριγμα Α τη χρονική στιγμή $t = 0$.

β) Ποιά η θέση του αυτοκινήτου ώστε η ράβδος να δέχεται ίσες δυνάμεις από τα υποστηρίγματα;

γ) Να γίνει το διάγραμμα της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα Α σε συνάρτηση με τον χρόνο.

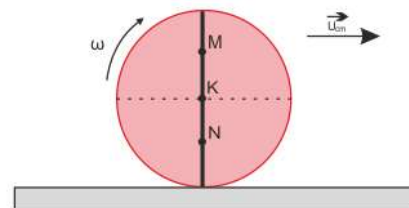
17. Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση με σταθερή ταχύτητα v_{cm} . Δύο σημεία, Μ και Ν, απέχουν ίδια απόσταση από το κέντρο Κ και έχουν ταχύτητες που ικανοποιούν τη σχέση $v_M = 5 \cdot v_N$.

Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

α) $v_{cm} = \frac{v_M}{2}$

β) $v_{cm} = 3v_N$

γ) $v_{cm} = \frac{v_M + v_N}{5}$



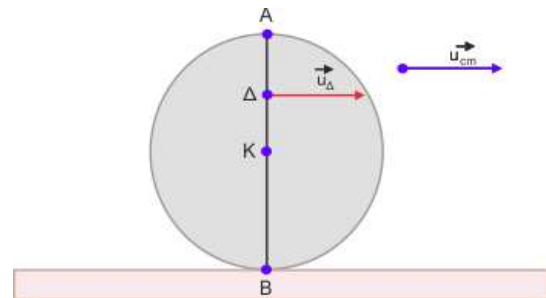
18. Μία οριζόντια ράβδος AB μήκους ℓ εκτελεί στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ίση με ω γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της A. Το μέσο M της ράβδου έχει κεντρομόλο επιτάχυνση ίση με:

α) $\alpha_K = \omega^2 \ell$. β) $\alpha_K = \omega^2 \frac{\ell}{2}$. γ) $\alpha_K = \omega^2 \frac{\ell}{4}$.

19.

Τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το σημείο Δ βρίσκεται στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχει από το κέντρο K

απόσταση $x = R/2$ (βρίσκεται πάνω από το K).

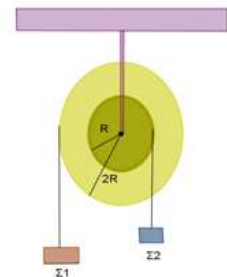


Εάν η ταχύτητα του Δ είναι v_Δ , η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

α) $v_{cm} = \frac{3}{2} v_\Delta$ β) $v_{cm} = \frac{2}{3} v_\Delta$ γ) $v_{cm} = \frac{v_\Delta}{2}$

20. Για να ισορροπεί η διπλή τροχαλία του σχήματος θα πρέπει ο λόγος $\frac{m_1}{m_2}$ να είναι ίσος με:

α) $\frac{m_1}{m_2} = 2$ β) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$ γ) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$



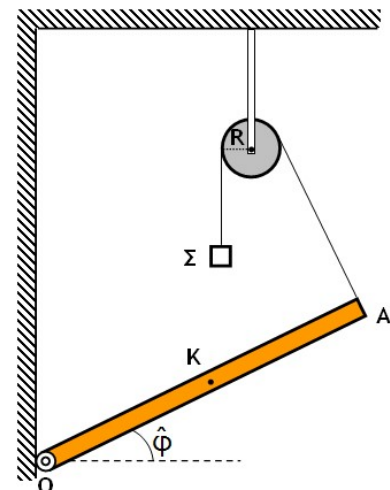
21. . Η λεπτή, ομογενής ράβδος OA του σχήματος έχει μήκος L , μάζα M και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα (άρθρωση) που διέρχεται από το άκρο της O. Στο άλλο άκρο A της ράβδου είναι δεμένο ένα αβαρές νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου είναι αναρτημένο, μέσω τροχαλίας ακτίνας R, ένα

σώμα Σ μάζας $m_1 = 0,1\sqrt{5} \text{ kg}$.

Το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο OA στο άκρο της A. Η ράβδος, το σώμα Σ και η τροχαλία ισορροπούν ακίνητα, με τη

ράβδο να σχηματίζει γωνία $\varphi = 45^\circ$ με το οριζόντιο δάπεδο. Να βρείτε:

- α) το μέτρο της τάσης T_1 του νήματος στο σημείο A.
β) τη μάζα M της ράβδου.



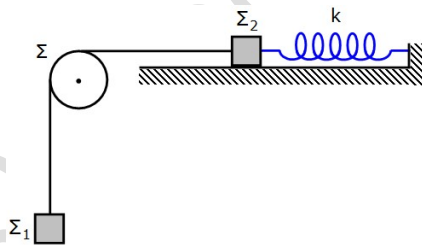
γ) το μήκος L της ράβδου, αν η ροπή αδράνειάς της ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο είναι $I_O = 15\sqrt{10} \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$.

δ) Το μέτρο της δύναμης F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

Δίνονται: Η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας είναι $I = \frac{ML^2}{12}$

22. Η τροχαλία Σ του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονά της,

είναι $I = 0,01 \text{ kgm}^2$ και η ακτίνα της είναι $R = 0,1 \text{ m}$. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία. Στη μία άκρη του νήματος έχει αναρτηθεί το σώμα Σ₁. Στην άλλη άκρη του νήματος έχει προσδεθεί το σώμα Σ₂, το οποίο βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σύστημα ισορροπεί ακίνητο με τη βοήθεια ιδανικού ελατηρίου

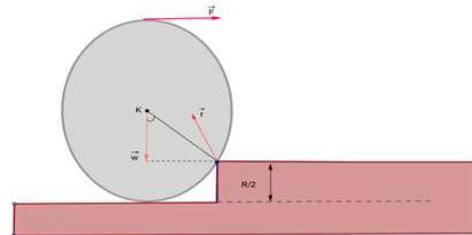


σταθεράς $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, στο οποίο έχει προσδεθεί στο ένα άκρο του το σώμα Σ₂, ενώ το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο σε ακλόνητο

στήριγμα. Τα σώματα Σ₁ και Σ₂ έχουν μάζα $m = 1 \text{ kg}$ το καθένα.

Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης $F_{ελ}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ₂, όταν το σύστημα ισορροπεί.

23. Η ελάχιστη τιμή της οριζόντιας δύναμης F που πρέπει να ασκήσουμε στο υψηλότερο σημείο του τροχού (όπως φαίνεται στο σχήμα) ώστε να καταφέρει να υπερπηδήσει το εμπόδιο που έχει



ύψος $h = \frac{R}{2}$ είναι:

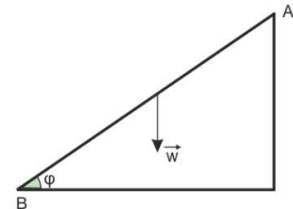
α) $F = w \frac{\sqrt{2}}{2}$. β) $F = \frac{w}{2}$. γ) $F = w \frac{\sqrt{3}}{3}$.

24. Η ράβδος AB είναι ομογενής, έχει βάρος w και ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.

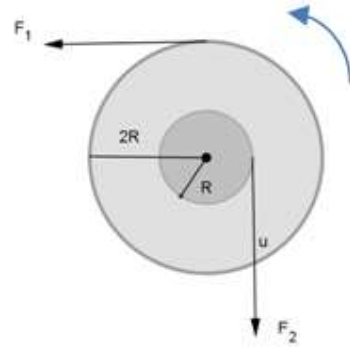
α) Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει ο τοίχος και το δάπεδο να είναι λεία.

β) Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει να είναι λείος ο τοίχος και το δάπεδο να έχει τριβή.

γ) Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει να είναι λείο το δάπεδο και ο τοίχος να έχει τριβή.



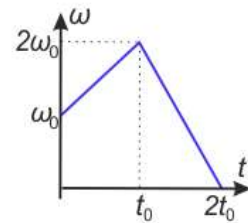
25. Οι δύο ομόκεντροι δίσκοι του διπλανού σχήματος μπορούν να περιστρέφονται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους. Οι δίσκοι είναι κολλημένοι και μπορούν να περιστρέφονται σαν ένα σώμα. Ασκούμε στους δίσκους τις δυνάμεις F_1 και F_2 που φαίνονται στο σχήμα και τελικά παρατηρούμε ότι το σύστημα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.



Για τις δυνάμεις F_1 και F_2 ισχύει:

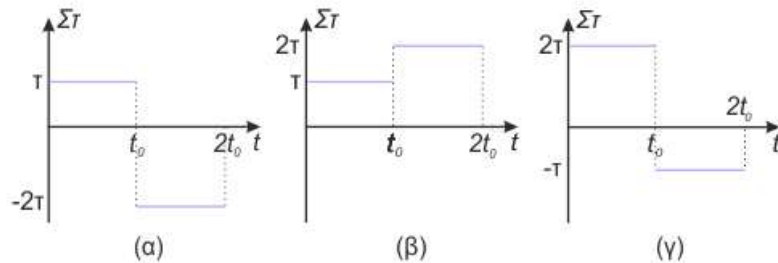
α) $F_1 = 2F_2$. β) $F_2 = 2F_1$. γ) $F_1 = F_2$.

26. Ένας κατακόρυφος ομογενής κύλινδρος, στρέφεται αριστερόστροφα με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_0 γύρω από σταθερό άξονα, που διέρχεται από τον άξονά του. Στον κύλινδρο ασκείται κατάλληλη ροπή δύναμης μέτρου τ_F , οπότε η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος.

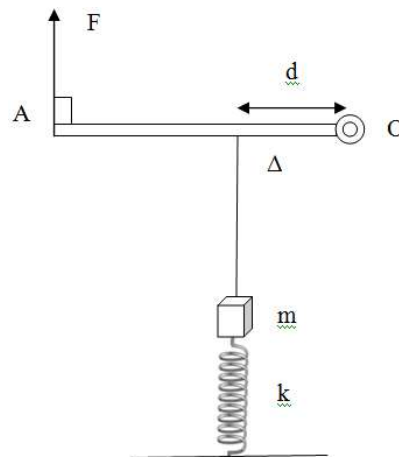


Η σωστή γραφική παράσταση της ροπής τ_F σε συνάρτηση με το χρόνο t είναι το:

Να
επιλέξετε το
σωστό
διάγραμμα



27. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται μια ομογενής, λεπτή ισοπαχής ράβδος ΟΑ μήκους $\ell = 1\text{m}$ και μάζας $M = 3\text{kg}$, η οποία ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια κατακόρυφης δύναμης σταθερού μέτρου $F_1 = 30\text{N}$ που ασκείται στο άκρο της Α. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Ο και είναι κάθετος σε αυτή. Σε σημείο Δ της ράβδου, που απέχει απόσταση d από το άκρο Ο, είναι δεμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας $m = 1\text{kg}$. Το σώμα μάζας m είναι στερεωμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Στην κατάσταση αρχικής ισορροπίας το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά $\Delta \ell_1 = 0,2\text{m}$.



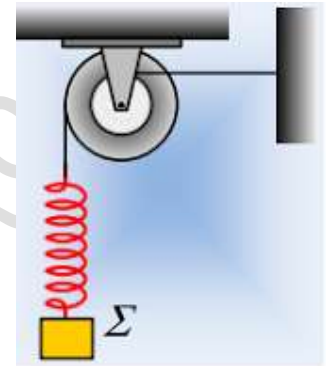
Δ1. Να υπολογίσετε την απόσταση d.

Κάποια στιγμή που τη θεωρούμε ως $t=0$ κόβουμε το νήμα και μεταβάλλουμε το μέτρο της κάθετης στη ράβδο δύναμης σε $F_2 = \frac{64}{\pi}$ N, οπότε η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται

σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού, ενώ το σώμα m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ2. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του σώματος μάζας m στην ταλάντωσή του, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα επάνω.

28. Μια διπλή τροχαλία, αποτελείται από δύο ομόκεντρους ομογενείς δίσκους με ακτίνες $r=0,1\text{m}$ και $R=0,2\text{m}$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από τον σταθερό οριζόντιο άξονά της. Στην μεγάλη τροχαλία έχουμε τυλίξει ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άκρο του οποίου μέσω ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ κρέμεται ένα σώμα Σ μάζας $m=4\text{kg}$. Γύρω από την μικρή τροχαλία, έχει τυλιχθεί ένα δεύτερο αβαρές και μη ελαστικό νήμα, το άλλο άκρο του οποίου δένεται σε σταθερό σημείο ενός τοίχου, ώστε το νήμα να είναι οριζόντιο, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα το σύστημα να ισορροπεί.



- Να υπολογίσετε την τάση του οριζώντιου νήματος. Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατακόρυφα προς τα κάτω κατά y_1 και για $t=0$, το αφήνουμε να κινηθεί.
- Τι τιμές μπορεί να πάρει η αρχική εκτροπή y_1 , ώστε στη συνέχεια να μην μηδενιστεί η τάση του οριζώντιου νήματος.
- Αν $y_1=0,2\text{m}$, να αποδείξετε ότι το Σ θα εκτελέσει ΑΑΤ και στη συνέχεια να βρείτε πώς μεταβάλλεται η τάση του οριζώντιου νήματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, κάνοντας και τη γραφική της παράσταση.

29. Το γιο-γιο του σχήματος έχει ακτίνα R και αρχικά είναι ακίνητο. Την $t=0$ αφήνουμε ελεύθερο το δίσκο ο οποίος αρχίζει να κατεβαίνει και ταυτόχρονα περιστρέφεται

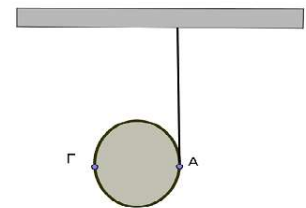
α) Ναδειχτεί ότι κατά την κάθοδο του δίσκου ισχύουν οι

σέσεις $v_{cm} = \omega \cdot R$ και $\alpha_{cm} = a_\gamma \cdot R$.

β) αν κάποια στιγμή το κέντρο μάζας του δίσκου έχει

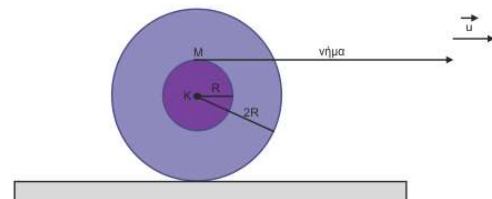
ταχύτητα v_{cm} το σημείο Γ έχει ταχύτητα

$$1) v_\Gamma = v_{cm} \quad 2) v_\Gamma = 2v_{cm} \quad 3) v_\Gamma = 0$$



30. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα στερεό που αποτελείται από δυο ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R

και $2R$. Τραβάμε με το χέρι μας το νήμα ώστε το στερεό να κυλιέται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα χωρίς να ολισθαίνει, ενώ το



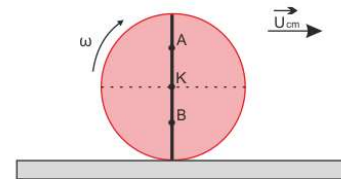
νήμα δε γλιστράει στο αυλάκι του δίσκου ακτίνας R .

Η απόσταση x που έχει διανύσει το κέντρο μάζας του στερεού όταν έχει ξετυλιχθεί σχοινί μήκους ℓ είναι:

α) $x = \ell$. β) $x = 2\ell$. γ) $x = \frac{3}{2}\ell$. δ) $x = \frac{2}{3}\ell$.

31. Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο δρόμο. Τα σημεία Α και Β ανήκουν στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχουν από το κέντρο του δίσκου

αποστάσεις $AK = KB = \frac{R}{2}$.

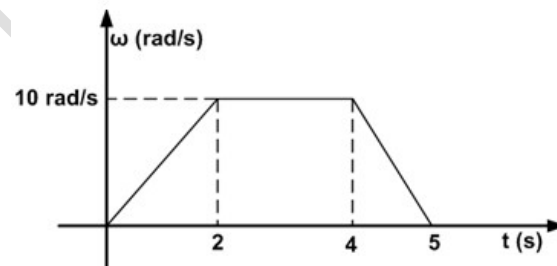


Ο λόγος των ταχυτήτων $\frac{v_A}{v_B}$ είναι:

α) $\frac{v_A}{v_B} = 1$. β) $\frac{v_A}{v_B} = 2$. γ) $\frac{v_A}{v_B} = 3$.

32. Στο σχήμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα ενός δίσκου που εκτελεί μόνο στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής.

Δίνεται ακτίνα δίσκου $r = 0,5m$.



α) Να βρεθούν οι γωνιακές επιταχύνσεις που έχει το κινητό σε κάθε κίνηση.

β) Να γίνει το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου για όλη την κίνηση.

γ) Να βρεθεί η συνολική γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος.

δ) Ένα σημείο Α απέχει από τον άξονα περιστροφής απόσταση $r = 0,2m$. Να βρεθεί η γραμμική ταχύτητα του Α την $t = 1s$ καθώς και την $t = 4,5s$.

33. Από τη βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσης $\phi = \pi/6$ rad εκτοξεύεται προς τα πάνω τροχός ακτίνας $R = 0,2m$ με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10m/s$.

Ο τροχός φτάνει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, σταματά στιγμιαία και μετά αρχίζει να κατεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο.



Θεωρούμε ότι η επιβράδυνση του τροχού κατά την άνοδο είναι ίση κατά

$$|\alpha_{cm}(\text{ανόδου})| = \alpha_{cm}(\text{καθόδου}) = 2 \text{ m/s}^2$$

μέτρο με την επιτάχυνση που απέκτησε ο τροχός κατά την κάθοδό του και ισχύει Να βρεθούν:

α) Ο χρόνος ανόδου.

β) Το μέγιστο ύψος h από το έδαφος που φτάνει ο τροχός.

γ) Τη γωνία που θα διαγράψει μια ακτίνα R του τροχού κατά την κάθοδό του.

δ) Το διάγραμμα του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο ($\omega - t$), για όλη την κίνηση.

34. Ο ομογενής και ισοπαχής δίσκος του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος. Τη στιγμή $t_0 = 0$ ξεκινά να

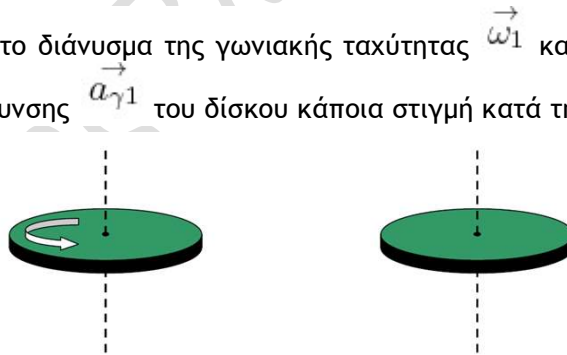
περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. Τη

στιγμή $t_A = 4 \text{ s}$, ο δίσκος αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή γωνιακή

επιτάχυνση μέτρου $4 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$, μέχρι να σταματήσει

1. Στο πρώτο σχήμα να σχεδιαστεί το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}_1$ και το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{a}_{\gamma 1}$ του δίσκου κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησής του.

2. Στο δεύτερο σχήμα να σχεδιαστούν τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}_2$ και της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{a}_{\gamma 2}$ του δίσκου κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησής του. Θεωρώντας θετική τη φορά περιστροφής:



3. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις $\omega = f(t)$ της γωνιακής ταχύτητας για όλη τη διάρκεια της κίνησης.

4. Να γίνει η γραφική παράσταση $\omega - t$ για τη συνολική κίνηση.

5. Να γραφεί η χρονική εξίσωση $\theta = f(t)$ της γωνίας στροφής στην επιταχυνόμενη κίνηση.

6. Να υπολογιστεί η γωνία στροφής $\Delta\theta$, κατά τη διάρκεια του 2^{ου} δευτερολέπτου της επιβραδυνόμενης κίνησης.

7. Να βρεθεί ο συνολικός αριθμός των περιστροφών N , που εκτέλεσε ο τροχός από $t_0 = 0$ μέχρι να σταματήσει.

35. Οι τροχοί ενός ποδηλάτου έχουν ακτίνα $R=40\text{ cm}$.

$$u_{cm} = 0,4 \frac{m}{s} \text{ σε}$$

A. Το ποδήλατο ανηφορίζει με σταθερή ταχύτητα μέτρου πλαγιά και οι τροχοί του κυλίνουν χωρίς να ολισθαίνουν.

1. Να βρεθεί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής κάθε τροχού.
2. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου από το έδαφος κάθε τροχού.

B. Το ποδήλατο φτάνει σε κατηφόρα και αρχίζει να επιταχύνεται. Η γωνιακή

επιτάχυνση κάθε τροχού έχει μέτρο $a_{\gamma} = 2 \frac{rad}{s^2}$.

3. Να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας a_{cm} του ποδηλάτου.

Γ. Κατά τη διάρκεια όλης της πορείας του ποδηλάτου (ανηφόρα + κατηφόρα) κάθε

τροχός έχει διαγράψει $N = \frac{2000}{\pi}$ περιστροφές.

4. Να βρεθεί το μήκος της τροχιάς που κάλυψε το ποδήλατο.

36. Ένα τρακτέρ έχει τροχούς με διαμέτρους $\delta_1 = 1m$ και $\delta_2 = 0,5m$ και αρχικά κινείται με ταχύτητα $v_0 = 10m/s$. Ο οδηγός πατάει φρένο για κάποιο λόγο και οι τροχοί αρχίζουν να επιβραδύνονται. Αν γνωρίζουμε ότι η επιτάχυνση του τρακτέρ είναι σταθερή και ίση με $a_{cm} = -2m/s^2$, να βρεθούν:

α) Η αρχική γωνιακή ταχύτητα του κάθε τροχού καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει κάθε τροχός.

β) Το συνολικό διάστημα μέχρι το τρακτέρ να σταματήσει.

γ) Μετά από μετατόπιση $S = 16m$ από τη στιγμή που άρχισε να επιβραδύνεται το τρακτέρ, από το ψηλότερο σημείο του μεγαλύτερου τροχού ξεκολλάει ένα κομμάτι λάσπης μάζας m .

i) Με τι ταχύτητα ξεκολλάει αυτό το κομμάτι

μάζας m ;

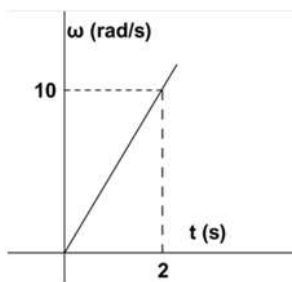
ii) Η συνολική εφαπτομενική επιτάχυνση που έχει το κομμάτι λάσπης ελάχιστα πριν ξεκολλήσει.



37. Μία οριζόντια ράβδος AB μήκους ℓ εκτελεί στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ίση με ω γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της A. Το μέσο M της ράβδου έχει κεντρομόλο επιτάχυνση ίση με:

α) $\alpha_k = \omega^2 \ell$. β) $\alpha_k = \omega^2 \frac{\ell}{2}$. γ) $\alpha_k = \omega^2 \frac{\ell}{4}$.

38. Δίσκος ακτίνας $R = 0,2m$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



A) η ταχύτητα του κέντρου μάζας την χρονική στιγμή $t = 2s$ είναι:

α) $v_{cm} = 50m/s$. β) $v_{cm} = 2m/s$ γ) $v_{cm} = 5m/s$.

B) Η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος είναι:

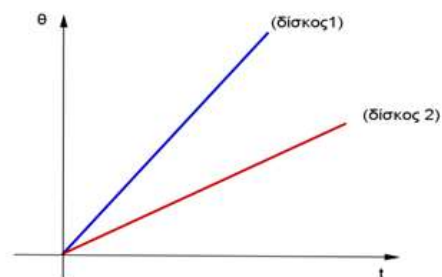
α) $a_\gamma = 1r/s^2$ β) $a_\gamma = 5r/s^2$ γ) $a_\gamma = 2r/s^2$

Γ) Το διάστημα που έχει διανύσει ο δίσκος μέχρι την χρονική στιγμή $t=2s$

είναι: α) $S = 2m$. β) $S = 4m$. γ) $S = 50m$.

39. Δυο ομογενείς δίσκοι στρέφονται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής που περνά από το κέντρο τους. Στο διάγραμμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η γωνία που διαγράφει κάθε δίσκος σε συνάρτηση με τον χρόνο.

α) οι δυο δίσκοι έχουν την ίδια γωνιακή επιτάχυνση (μη μηδενική).



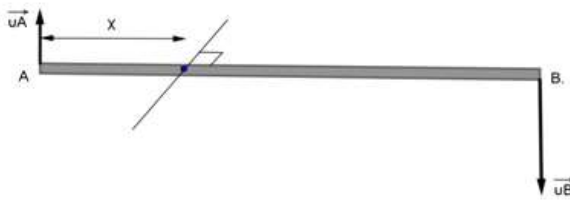
β) οι δίσκοι εκτελούν επιταχυνόμενη κίνηση με διαφορετικές γωνιακές επιταχύνσεις.

γ) οι δυο δίσκοι εκτελούν ομαλή στροφική κίνηση και η γωνιακή ταχύτητα του πρώτου κάθε χρονική στιγμή είναι μεγαλύτερη από την γωνιακή ταχύτητα του δεύτερου την ίδια χρονική στιγμή.

δ) σε ίσους χρόνους ο δίσκος 2 θα εκτελέσει

περισσότερες περιστροφές από τον δίσκο 1.

Να χαρακτηριστεί κάθε πρόταση σαν σωστή ή λανθασμένη και να δικαιολογηθεί ο χαρακτηρισμός της κάθε πρότασης.



40. Μια ράβδος AB περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από έναν σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από ένα σημείο πάνω στη ράβδο.

Το άκρο A έχει γραμμική ταχύτητα που έχει μέτρο $v_A = 10 \text{ m/s}$ ενώ το άκρο B έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου $v_B = 30 \text{ m/s}$.

Αν το μήκος της ράβδου είναι $\ell = 40 \text{ cm}$ να βρεθούν:

- Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου.
- Η απόσταση που απέχει το άκρο A της ράβδου από τον άξονα περιστροφής.
- Η γωνία στροφής της ράβδου σε χρόνο $\Delta t = 2 \text{ s}$.
- Ο αριθμός των περιστροφών της ράβδου στον παραπάνω χρόνο.

41. Ένας τροχός που αρχικά ηρεμεί αρχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση γύρω από σταθερό άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Μετά από $t = 10 \text{ s}$ ο τροχός έχει αποκτήσει

γωνιακή ταχύτητα $\omega = 40 \text{ rad/s}$.



α) Να βρεθεί η γωνιακή του επιτάχυνση.

β) Να γίνει το διάγραμμα $\omega - t$ για τον τροχό έως την $t = 10 \text{ s}$.

γ) Να βρεθεί η γωνία που διαγράφει ο τροχός από το 3° έως το 7° s της κίνησης του.

δ) Να βρεθεί ο αριθμός των περιστροφών του τροχού από την $t = 0$ έως την $t = 10 \text{ s}$.

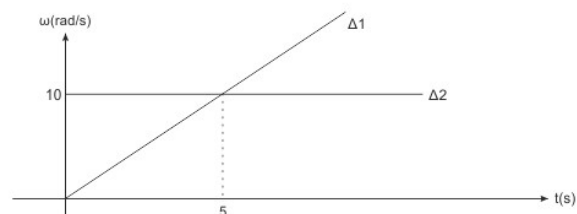
42. Δύο δίσκοι οριζόντιοι Δ_1 και Δ_2 εκτελούν περιστροφική κίνηση γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας τους. Οι δίσκοι περιστρέφονται με γωνιακή ταχύτητα που μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ζητείται:

α) Η γωνιακή επιτάχυνση που αποκτά κάθε δίσκος.

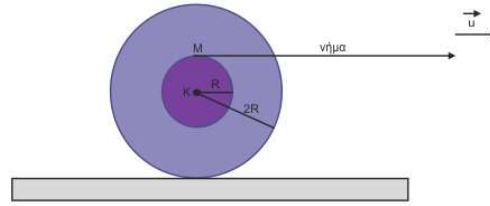
β) Την $t = 5 \text{ s}$ πόσες περιστροφές έχει κάνει ο δίσκος Δ_2 περισσότερες από τον δίσκο Δ_1 ;

γ) Ποιά χρονική στιγμή οι 2 δίσκοι έχουν κάνει τον ίδιο αριθμό περιστροφών;



δ) Αν οι 2 τροχοί έχουν ακτίνες $R_2 = R$, $R_1 = 2R$, να βρεθεί ποια στιγμή τα σημεία της περιφέρειάς τους θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες.

43. Ένα στερεό αποτελείται από 2 κατακόρυφους ομοαξονικούς κυλίνδρους κολλημένους μεταξύ τους που έχουν ακτίνες R και $2R$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον κοινό οριζόντιο άξονα των 2 κυλίνδρων σαν ένα σώμα. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας R έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα.

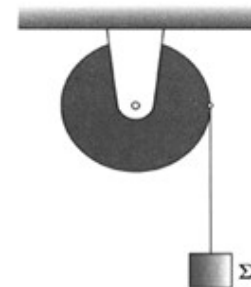


Τραβάμε το νήμα οριζόντια με επιτάχυνση $\alpha = 3m/s^2$ ώστε το νήμα να ξετυλίγεται και το στερεό να κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει.

Ζητείται:

- Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του στερεού.
- Όταν έχει ξετυλιχθεί μήκος νήματος $\ell = 5m$, πόσο έχει μετακινηθεί το κέντρο μάζας του στερεού.
- Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα του στερεού εκείνη τη στιγμή (αν δίνεται ότι η ακτίνα του μικρού κυλίνδρου είναι $R = 0,1m$).
- Να βρεθεί η ταχύτητα του υψηλότερου σημείου του στερεού εκείνη τη στιγμή.

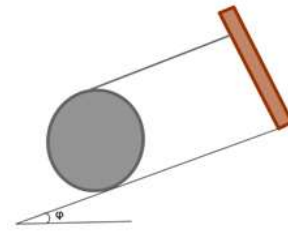
44. Η τροχαλία του σχήματος έχει ακτίνα $R = 20cm$ και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χωρίς τριβές. Από το αυλάκι της τροχαλίας είναι δεμένο με αβαρές μη εκτατό νήμα ένα σώμα Σ. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα και αυτό κατεβαίνοντας αποκτά επιτάχυνση $\alpha = 1m/s^2$ ενώ η τροχαλία εκτελεί στροφική κίνηση. Θεωρούμε ότι το νήμα δε γλιστράει στο αυλάκι της τροχαλίας.



Ζητείται:

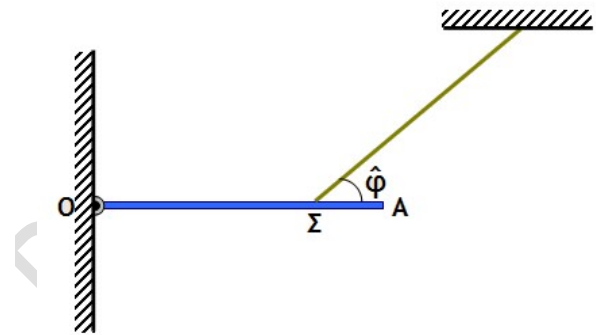
- Να συγκριθούν η ταχύτητα πτώσης του Σ και η ταχύτητα λόγω στροφικής κίνησης των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας.
- Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας $2s$ αφού αφήσουμε το σώμα ελεύθερο.
- Όταν το σώμα έχει κατέβει κατά $h = 8m$, πόσες στροφές θα έχει εκτελέσει η τροχαλία.
- Τη χρονική στιγμή $t = 4s$ κόβουμε το νήμα και το σώμα πλέον πέφτει με επιτάχυνση $g = 10m/s^2$. Να βρεθεί η γωνία που διέγραψε η τροχαλία από τη στιγμή που κόψαμε το νήμα έως τη στιγμή που το σώμα απέχει από την τροχαλία $\Delta x = 36m$.

45. Ο δίσκος ισορροπεί με τη βοήθεια ενός νήματος παράλληλου στο κεκλιμένο επίπεδο. Αν το βάρος του δίσκου είναι $w = 10N$ και η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\phi = 30^\circ$, να βρεθούν:



- η συνισταμένη ροπή των δυνάμεων που δέχεται ο δίσκος ως προς το κέντρο του Κ.
- η δύναμη που δέχεται ο τροχός από το νήμα.
- η στατική τριβή στον δίσκο καθώς και το μέτρο της δύναμης που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στο δίσκο.

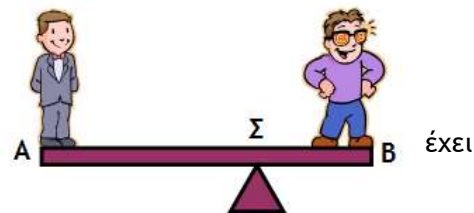
46. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μήκος $L = 4\text{ m}$, μάζα $M = 30\text{ kg}$ και είναι άρθρωμένη στο άκρο της Ο. Η ράβδος ισορροπεί με τη βοήθεια νήματος, το οποίο είναι δεμένο σε σημείο Σ της ράβδου και σχηματίζει με τη ράβδο γωνία $\hat{\phi} = 30^\circ$. Η απόσταση (ΟΣ) είναι ίση με 3 m . Να βρεθούν:



- Το μέτρο της τάσης $\vec{N}$ του νήματος.
- Το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$ που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.
- Το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}'$ που θα ασκήσει η άρθρωση στη ράβδο, αν το νήμα δεθεί σε σημείο Κ της ράβδου, τέτοιο, ώστε η απόσταση (ΟΚ) να είναι ίση με $\frac{4}{3}\text{ m}$ και το νήμα να σχηματίζει την ίδια γωνία $\hat{\phi}$ με τη ράβδο.

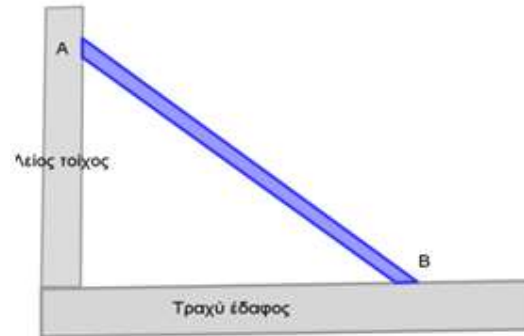
Δίνεται: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

47. Στα άκρα Α και Β της αβαρούς τραμπάλας του σχήματος βρίσκονται δύο παιδιά. Το παιδί που βρίσκεται στο άκρο Α βάρος μέτρου $w_A = 200\text{ N}$, ενώ το άλλο παιδί έχει βάρος μέτρου $w_B = 800\text{ N}$. Το μήκος της τραμπάλας είναι $L = 2\text{ m}$. α) Να βρεθεί σε πόση απόσταση από το άκρο Α πρέπει να τοποθετηθεί στήριγμα (Σ), ώστε η



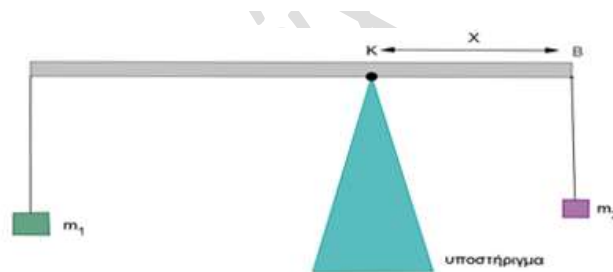
- Να βρεθεί η δύναμη στήριξης $\vec{F}$ που ασκεί το στήριγμα (Σ) στην τραμπάλα.
- Αν το παιδί που βρίσκεται στο άκρο Α σταθεί πιο κοντά στο στήριγμα (Σ), προς ποια μεριά θα ανατραπεί η τραμπάλα;

48. Μια ράβδος ομογενής AB μήκους L και βάρους $w = 100N$ ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα στηριζόμενη στο άκρο της A σε λείο τοίχο και στο άκρο της B σε τραχύ έδαφος. Δίνεται ότι η ελάχιστη γωνία για την οποία η ράβδος δεν ολισθαίνει είναι $\phi = 45^\circ$ και ότι $g = 10m/s^2$. Ζητείται:



- Η κάθετη δύναμη που ασκεί το έδαφος στη ράβδο.
- Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου-εδάφους καθώς και τη δύναμη που ασκεί ο λείος τοίχος στη ράβδο.
- Το μέτρο της δύναμης (αντίδρασης) του εδάφους στη ράβδο.

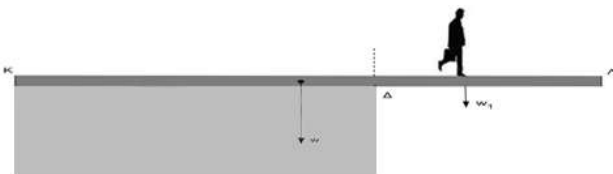
49. Στα άκρα A και B της ομογενούς ράβδου μήκους $L = 1m$ έχουμε κρεμάσει 2 σώματα με μάζες $m_1 = 3kg$ και $m_2 = 1kg$.



Δίνεται $g = 10m/s^2$.

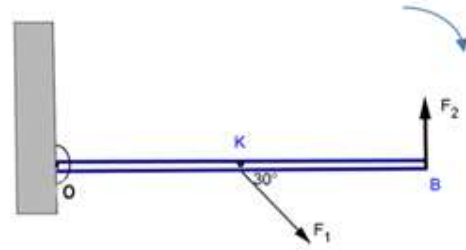
- Αν η ράβδος είναι αβαρής, πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα έτσι ώστε το σύστημα των τριών σωμάτων να ισορροπεί;
- Αν η ράβδος έχει βάρος $w = 60N$, πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα ώστε το σύστημα να ισορροπεί;
- Αφαιρούμε το m_1 και από τη ράβδο κρέμεται μόνο το m_2 . Η ράβδος έχει βάρος $w = 60N$. Πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα για να ισορροπεί η ράβδος; Πόση είναι η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα στην ράβδο;

50. Μια ομογενής σανίδα ΚΛ μήκους $L = 10m$ και βάρους $W = 1200N$ τοποθετείται πάνω σε μια επιφάνεια ώστε το τμήμα ΔΛ μήκους $L = 4m$ να προεξέχει της επιφάνειας. Ένας άνθρωπος βάρους $w_1 = 800N$ ξεκινάει από το άκρο Κ και κινείται πάνω στη σανίδα με κατεύθυνση προς το Λ.



- Μέχρι ποιά απόσταση x από το σημείο Δ μπορεί να περπατήσει ώστε να μην ανατραπεί η σανίδα;
- Πόσο είναι η μέτρο της αντίδρασης N εκείνη την στιγμή;

51. Στο μέσο K της αβαρούς ράβδου OB μήκους ℓ ασκούμε δύναμη $F_1 = 50N$ η οποία έχει την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα. Στο σημείο O υπάρχει άρθρωση. Να βρεθεί η δύναμη F_2 που πρέπει να ασκείται στο άκρο B της ράβδου έτσι ώστε η ράβδος να ισορροπεί οριζόντια.



Αριστείδης Βλάχος