

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η ελάχιστη χρονική διάρκεια για τη μετάβαση του σώματος από τη θέση $x = 0$ στη θέση

$x = +\frac{A}{2}$ είναι t_A . Η ελάχιστη χρονική διάρκεια t_B για τη μετάβαση του

σώματος από τη θέση $x = +\frac{A}{2}$ στη θετική ακραία θέση $x = +A$ της ταλάντωσης είναι

α) μικρότερη από t_A . β) ίση με t_A . γ) μεγαλύτερη από t_A .
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

2. Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και ηρεμεί στη θέση ισορροπίας. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αντικαθιστούμε το ελατήριο με άλλο, σταθεράς $2k$, χωρίς να αλλάξουμε το αναρτημένο σώμα. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω από τη νέα θέση ισορροπίας κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή

αρμονική ταλάντωση. Ο λόγος $\frac{a_{\max,1}}{a_{\max,2}}$ των μέτρων των μεγίστων επιταχύνσεων των δύο ταλαντώσεων είναι ίσος με

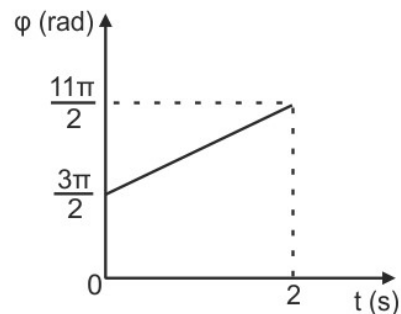
α) 2. β) 1. γ) $\frac{1}{2}$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Η φάση μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα:

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι ίση με

α) 1 s. β) 2 s. γ) 2π s.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



4. Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και ηρεμεί στη θέση ισορροπίας. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα πάνω μέχρι να φτάσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Το μέτρο της μέγιστης δύναμης που δέχεται το σώμα από το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης είναι ίσο με

α) Μηδέν. β) $k \cdot A$. γ) $2k \cdot A$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

5. Να αποδείξετε ότι σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας, το πλάτος A της ταλάντωσης, η ταχύτητα v του σώματος στην απομάκρυνση x και η μέγιστη ταχύτητα $v_{\max}$ της ταλάντωσης,

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{v_{\max}^2} = 1$$

συνδέονται με τη σχέση

6. Ένα μικρό σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ενέργεια ταλάντωσης 20 J . Κάποια στιγμή, που το σώμα βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης, του ασκούμε στιγμιαία δύναμη με αποτέλεσμα το διπλασιασμό του πλάτους ταλάντωσης. Το έργο που προσφέραμε στο ταλαντούμενο σύστημα μέσω αυτής της στιγμιαίας δύναμης, για το διπλασιασμό του πλάτους ταλάντωσης, είναι ίσο με
α) 20 J .β) 60 J .γ) 80 J .Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

7. Το πλάτος A μιας φθίνουσας ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο t σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 το αρχικό πλάτος και Λ μια θετική σταθερά. Ο απαιτούμενος χρόνος μέχρι το πλάτος της ταλάντωσης να γίνει $\frac{A_0}{2}$ είναι

α) $\frac{\ln 2}{2\Lambda}$.β) $\frac{\ln 2}{\Lambda}$.γ) $\frac{2 \ln 2}{\Lambda}$.Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

8. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση όταν το πλάτος της ταλάντωσης είναι A η ενέργεια της ταλάντωσης είναι E . Όταν η ενέργεια της ταλάντωσης γίνει $\frac{E}{2}$, το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι

α) $\frac{A}{4}$.β) $\frac{A}{2}$.γ) $\frac{A\sqrt{2}}{2}$.Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

9. Ένα μηχανικό σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Κάποια στιγμή, το πλάτος της ταλάντωσης είναι A και η ενέργεια της ταλάντωσης είναι E . Όταν το πλάτος της ταλάντωσης μειωθεί κατά 50%, η ενέργεια που έχει απομείνει στο σύστημα είναι
α) $0,75E$.β) $0,5E$.γ) $0,25E$.Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

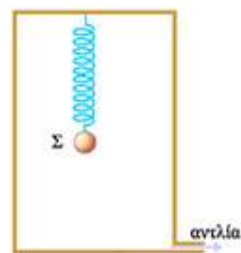
10. Η σφαίρα Σ είναι αναρτημένη σε ιδανικό ελατήριο και εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση στο εσωτερικό του δοχείου. Με τη χρήση μιας αεραντλίας μειώνουμε πολύ αργά την πίεση του αέρα στο δοχείο. Από τη στιγμή που σταματά η λειτουργία της αεραντλίας, το πλάτος της ταλάντωσης της σφαίρας Σ σε σχέση με το χρόνο

α) αυξάνεται.β) παραμένει σταθερό.γ) μειώνεται.
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

11. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση των απλών αρμονικών ταλαντώσεων

$$x_1 = 0,04\eta\mu 400\pi t \text{ και } x_2 = 0,04\eta\mu 404\pi t \text{ (SI)}.$$

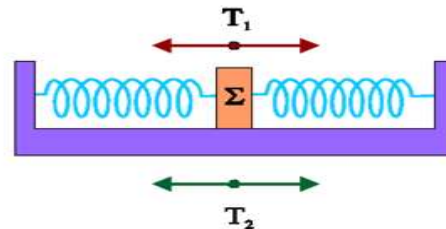
Οι δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Τη



χρονική στιγμή t_1 το πλάτος της κίνησης που εκτελεί το σώμα είναι $0,08 \text{ m}$. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή

α) $t_1 + 0,25 \text{ s}$. β) $t_1 + 0,5 \text{ s}$. γ) $t_1 + 1 \text{ s}$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

12. Το σώμα Σ του σχήματος εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο, με περιόδους T_1 και T_2 , με αποτέλεσμα η κίνησή του να παρουσιάζει διακροτήματα. Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα είναι ίσος με



α) $\frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}$. β) $\frac{T_1 + T_2}{2}$. γ) $|T_1 - T_2|$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

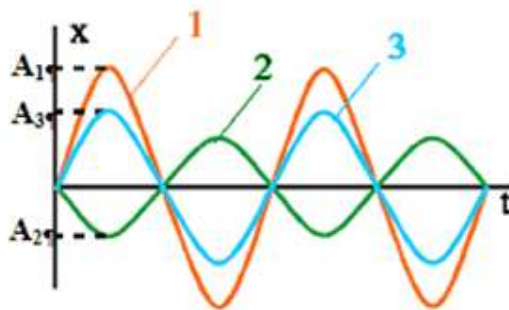
13. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που οφείλεται στη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος A και συχνότητες f_1 και f_2 που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Στο χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους, το σώμα έχει διέλθει από τη θέση ισορροπίας του

α) $\frac{f_1 + f_2}{2|f_1 - f_2|}$ φορές. β) $\frac{f_1 + f_2}{|f_1 - f_2|}$ φορές. γ) $\frac{2(f_1 + f_2)}{|f_1 - f_2|}$ φορές.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

14. Το σχήμα παρουσιάζει τις απλές αρμονικές ταλαντώσεις 1, 2 και 3, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση, γύρω από το ίδιο σημείο.

Αν γνωρίζετε ότι ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο ταλαντώσεων από αυτές τότε η ταλάντωση που περιγράφει την κίνηση του σώματος είναι



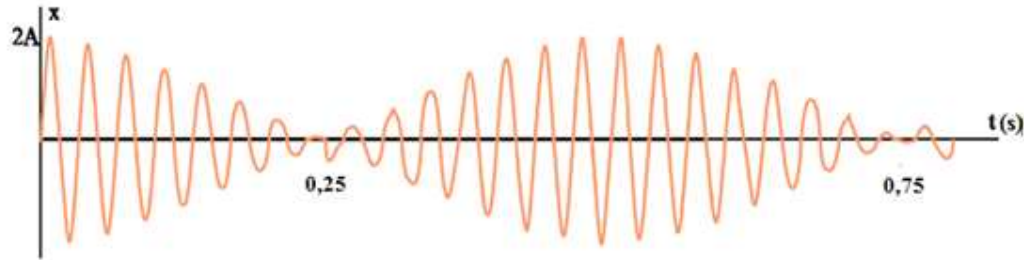
α) η ταλάντωση 1.

β) η ταλάντωση 2.

γ) η ταλάντωση 3.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

15. Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, που οι συχνότητές τους f_1 και f_2 ($f_2 > f_1$) διαφέρουν πολύ λίγο, προκύπτει η ιδιόμορφη περιοδική κίνηση του σχήματος.



Αν η συχνότητα f_1 ισούται με 29 Hz , η συχνότητα της περιοδικής κίνησης ισούται με

- α) 31 Hz β) 30 Hz γ) 2 Hz

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

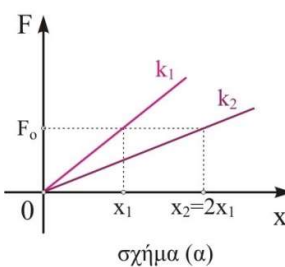
15. Ένα σώμα εκτελεί ταλάντωση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας συχνότητας που γίνονται στην ίδια διεύθυνση γύρω από το ίδιο σημείο. Όταν το σώμα εκτελεί μόνο την πρώτη ταλάντωση, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_1 = 2\text{ J}$. Όταν το σώμα εκτελεί μόνο τη δεύτερη ταλάντωση, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_2 = 8\text{ J}$. Όταν το σώμα εκτελεί ταυτόχρονα τις δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E = 10\text{ J}$. Η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων είναι ίση με

- α) 30° β) 90° γ) 60°

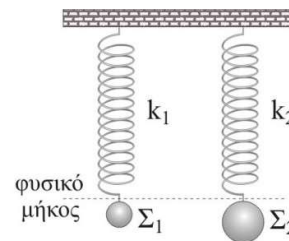
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

16.

Στο διπλανό διάγραμμα (σχήμα α) δείχνεται η ασκούμενη δύναμη F σε συνάρτηση με την προκαλούμενη παραμόρφωση x για δύο ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 . Τα δύο ελατήρια έχουν τα πάνω άκρα τους στερεωμένα ακλόνητα στην οροφή και στα κάτω άκρα τους έχουν δεμένα σώματα Σ_1 και Σ_2 μαζών m_1 και $m_2=2m_1$ αντίστοιχα.



σχήμα (α)



σχήμα (β)

Εκτρέπουμε τα σώματα κατακόρυφα, ώστε τα ελατήρια να βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος (σχήμα β) και τα αφήνουμε ελεύθερα να ταλαντωθούν. Ο λόγος των

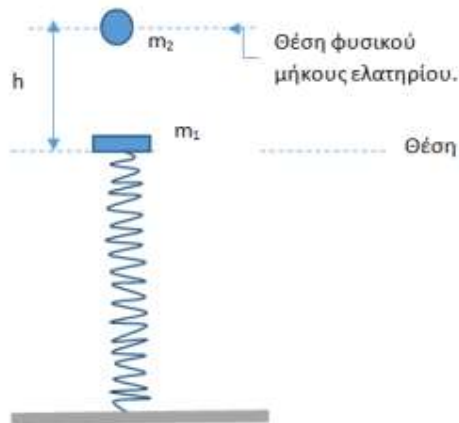
ενεργειών ταλάντωσης $\frac{E_1}{E_2}$ των δύο συστημάτων, είναι

$$\alpha. \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{2}.$$

$$\beta. \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{4}.$$

$$\gamma. \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{8}.$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



17. Στο σχήμα το σώμα μάζας m_1 ισορροπεί χαμηλότερα κατά h από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου αφήνουμε σώμα ίσης μάζας ($m_2 = m_1 = m$) να κάνει ελεύθερη πτώση στην κατακόρυφο που διέρχεται από τον άξονα του ελατηρίου. Η κρούση των σωμάτων είναι

κεντρική ελαστική, και αμέσως μετά την κρούση, απομακρύνεται η μάζα m_2 , ενώ το σώμα m_1 εκτελεί α.α.τ. Το πλάτος ταλάντωσης του m_1 είναι

$$\alpha) h.$$

$$\beta) 2h.$$

$$\gamma) h\sqrt{2}.$$

Επιλέξτε τη σωστή πρόταση και αιτιολογήστε.

18.

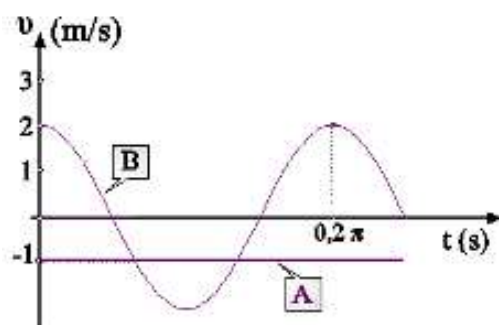
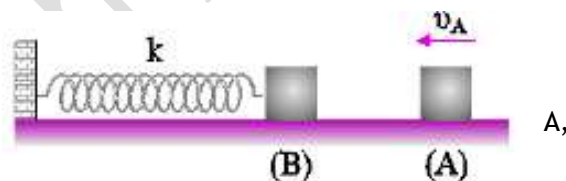
Το σώμα Β του σχήματος είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου. Το σώμα μάζας m_A , κινούμενο με

ταχύτητα $v_A = 3m/s$ κατά τον άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται μετωπικά με το Β τη χρονική στιγμή $t = 0$. αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων μετά κρούση (θετική φορά προς τα αριστερά) φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα ταχυτήτων-χρόνου. Οι μάζες των σωμάτων Β συνδέονται με τη σχέση

$$\alpha. m_B = m_A$$

$$\beta. m_B = 2m_A$$

$$\gamma. m_B = 3m_A$$



A,

μήκος

σώμα

Οι

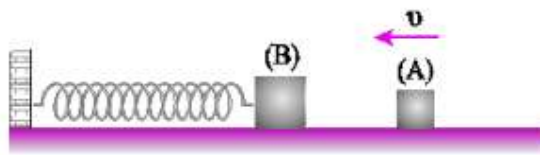
την

A και

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

19. Τα σώματα (A) και (B) του σχήματος βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο

και έχουν μάζες που συνδέονται με τη σχέση $m_B = 3m_A$. Το σώμα (A) κινούμενο με ταχύτητα μέτρου u συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με το ακίνητο σώμα (B) το οποίο είναι δεμένο στην άκρη του οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, όπως



στο σχήμα. Μετά την κρούση, το σώμα (B) ταλαντώνεται με περίοδο T και πλάτος A για το οποίο ισχύει

α. $A = \frac{vT}{2}$

β. $A = \frac{vT}{2\pi}$

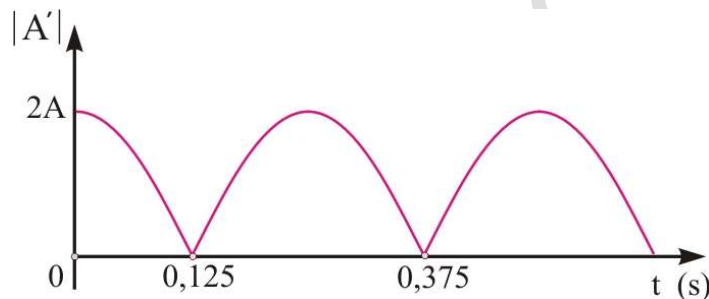
γ. $A = \frac{vT}{4\pi}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

20. Ένα υλικό σημείο εκτελεί ταλάντωση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που περιγράφονται από τις εξισώσεις: $x_1 = A\eta\mu\omega_1 t$ και $x_2 = A\eta\mu\omega_2 t$.

Οι δύο ταλαντώσεις εξελίσσονται πάνω στην ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και η συχνότητα της μιας αρμονικής ταλάντωσης είναι $f_1 = 162\text{Hz}$, ενώ της άλλης f_2 , με $f_2 < f_1$.

Στο διάγραμμα παριστάνεται το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο.



Στο χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους, το υλικό σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του

α. 40 φορές.

β. 80 φορές.

γ. 160 φορές.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

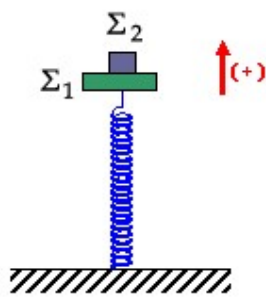
1. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο άνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ που ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνεται πάνω στο σώμα Σ_1 , χωρίς ταχύτητα, ένα άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{kg}$. Το σύστημα ελατήριο – Σ_1 – Σ_2

ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = \frac{1}{30}\text{m}$.

Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα πάνω φορά, να βρείτε:

α) Τη σταθερά k του ελατηρίου.

β) Τη μέγιστη συσπίρωση $\Delta L_{\max}$ του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος.



γ) Την εξίσωση $U = f(t)$ της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος.

δ) Τη δύναμη επαφής N που ασκείται από το Σ_2 στο Σ_1 στη θέση μέγιστης συσπίρωσης του ελατηρίου.

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$

2. Ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς

$k = 100 \text{ N/m}$ έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε

οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3 \text{ kg}$

που ισορροπεί στη θέση $\Theta I(1)$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, ένα βλήμα Σ_2 μάζας

$m_2 = 1 \text{ kg}$

που κινείται στον άξονα του ελατηρίου με

ταχύτητα μέτρου v_2 και φορά προς τα πάνω, προσκρούει στο σώμα Σ_1 και σφηνώνεται σ' αυτό. Το συσσωμάτωμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική ταχύτητα

μέτρου $v_\sigma = \frac{\sqrt{3} m}{2 s}$. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά, να βρείτε:

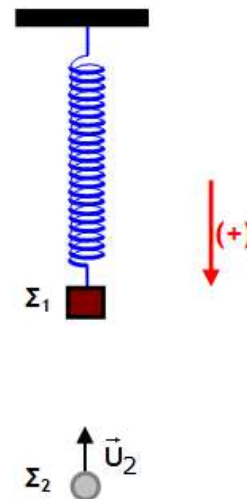
α) την επιμήκυνση d_1 του ελατηρίου ως προς το φυσικό του μήκος, στη θέση ισορροπίας $\Theta I(1)$ του σώματος Σ_1 .

β) το μέτρο της ταχύτητας v_2 του βλήματος.

γ) το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ) την εξίσωση $v = f(t)$ της ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται το συσσωμάτωμα.

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.



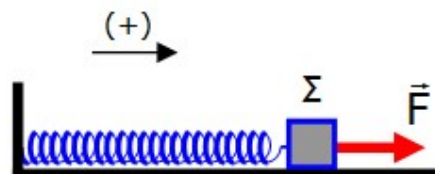
3. Το σώμα Σ μάζας $m = 1 \text{ kg}$ του σχήματος είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου

ελατηρίου σταθεράς $k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Το

άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο – σώμα Σ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$

ασκείται στο σώμα Σ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F με αποτέλεσμα το σύστημα να ξεκινήσει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,4 \text{ m}$. Να βρεθεί:

α) το μέτρο F της δύναμης.



β) η εξίσωση $x = f(t)$ της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας.

γ) η εξίσωση $F_{ελ} = f(t)$ της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.

δ) Το πλάτος A' και η ολική ενέργεια E' της νέας ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα, αν κάποια στιγμή που το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική θέση ταλάντωσης, καταργηθεί η δύναμη F .

4. Ένας κύβος μάζας $M = 10\text{kg}$ ισορροπεί τοποθετημένος πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη μια κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένη η μια άκρη ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 250\text{N/m}$, του οποίου η άλλη άκρη είναι δεμένη σε ακλόνητο σημείο κατακόρυφου τοίχου. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Στην απέναντι κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένο μη ελαστικό και αβαρές νήμα το οποίο έχει όριο θραύσεως $F_{\theta} = 120\text{N}$.



Μέσω του νήματος ασκούμε στο σώμα δύναμη κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και με φορά τέτοια ώστε το ελατήριο να επιμηκύνεται. Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την επιμήκυνση x του ελατηρίου σύμφωνα με την εξίσωση $F = 80 + 200x$ (SI).

α) Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

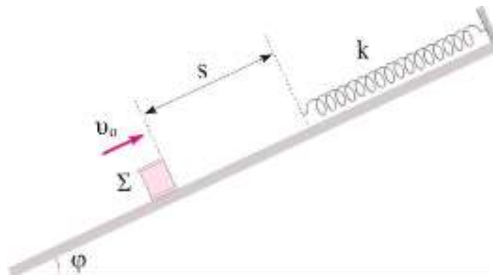
β. Να βρείτε την ταχύτητα του κύβου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης $y = f(t)$. Να θεωρήσετε $t_0 = 0$ τη στιγμή που κόβεται το νήμα και άξονα $x'x$ με αρχή τη θέση ισορροπίας του κύβου και θετική φορά εκείνη κατά την οποία το ελατήριο επιμηκύνεται.

δ) Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή $t_0 = 0$ που κόβεται το νήμα, θα περάσει ο κύβος από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά.

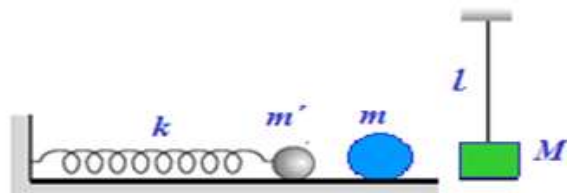
5.

Η μια άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ είναι στερεωμένη στο πάνω μέρος του πλάγιου επιπέδου γωνίας $\varphi=30^\circ$, όπως στο σχήμα. Από ένα σημείο του πλάγιου επιπέδου που απέχει $s=0,25\text{m}$ από το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$, κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου προς τα πάνω ένα σώμα Σ μάζας $m=2\text{kg}$. Όταν το σώμα ακουμπήσει στο ελατήριο, ενώνεται με αυτό και αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση.



- α) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο.
 β) Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
 γ) Να γράψετε τη συνάρτηση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο, θεωρώντας $t=0$ τη στιγμή της ένωσης του σώματος με το ελατήριο και τα θετικά προς τα πάνω.
 δ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο εκτόξευσης για δεύτερη φορά. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

6. Ένα σώμα μάζας $m = 3\text{kg}$, είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Λόγω εσωτερικής αιτίας το σώμα διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες m_1 , m_2 αντίστοιχα, για τις οποίες ισχύει $m_1 = 2m_2$.



Μετά τη διάσπαση το κομμάτι μάζας m_1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας $m' = 2\text{kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , του οποίου το άλλο

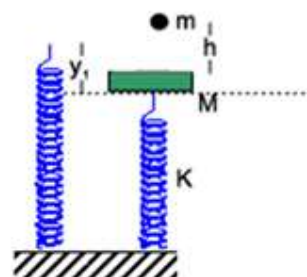
άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το δημιουργούμενο συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του

μηδενίζεται κάθε $\frac{\pi}{10}\text{s}$.

Το κομμάτι μάζας m_2 συγκρούεται πλαστικά με το ακίνητο σώμα μάζας $M = 3\text{kg}$, το οποίο κρέμεται από νήμα μήκους $\ell = 2\text{m}$. Αμέσως μετά την κρούση η δύναμη που ασκεί το νήμα στο συσσωμάτωμα των μαζών m_2 και M είναι $F = 90\text{N}$.
 Να βρεθούν:

- α) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος των μαζών m_2 και M αμέσως μετά την κρούση.
 β) Το συνημίτονο της μέγιστης γωνίας εκτροπής του νήματος.
 γ) Οι ταχύτητες των κομματιών με μάζες m_1 και m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση.
 δ) Η συνάρτηση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η δύναμη επαναφοράς του συσσωματώματος των μαζών m_1 και m' σε σχέση με το χρόνο. Να θεωρήσετε $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά του άξονα προς τα δεξιά. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

7. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400\text{N/m}$ είναι συνδεδεμένος δίσκος μάζας $M = 3\text{kg}$ που ισορροπεί. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο. Από ύψος $h = 0,8\text{m}$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια σφαίρα μάζας $m = 1\text{kg}$, η οποία



συγκρούεται πλαστικά με το δίσκο. α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

β) Να υπολογίσετε το % ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που έγινε θερμότητα στη διάρκεια της κρούσης.

γ) Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδο ταλάντωσής του.

δ) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσής του.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$ και $\sqrt{17} = 4,12$.

8. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού

ελατηρίου σταθεράς $k = 400 \frac{N}{m}$ είναι στερεωμένος δίσκος Α μάζας $M = 4Kg$. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο και ο δίσκος ισορροπεί. Από ύψος $h = 0,25m$ πάνω από το δίσκο

βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, με αρχική

ταχύτητα $v_0 = 2 \frac{m}{s}$, μικρή σφαίρα Β, μάζας $m = 2Kg$. Η σφαίρα

συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το δίσκο. Μετά την κρούση απομακρύνουμε τη σφαίρα ενώ ο δίσκος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η διάρκεια κρούσης θεωρείται αμελητέα, όπως και οι τριβές και οι αντιστάσεις θεωρούνται αμελητέες.

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του δίσκου, αν η σταθερά ταλάντωσης είναι $D = k$.

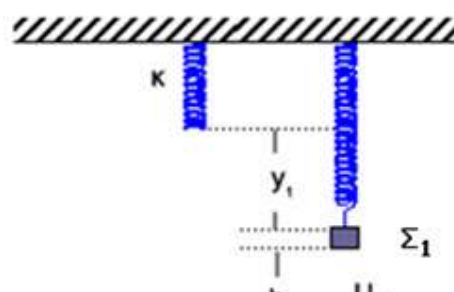
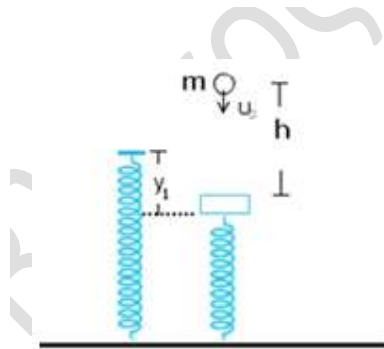
γ) Να υπολογίσετε τον χρόνο στον οποίο θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του δίσκου.

δ) Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του δίσκου όταν περνάει από τη θέση ισορροπίας του.

9. Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = m = 1Kg$,

ισορροπεί δεμένο στην κάτω άκρη

κατακόρυφου ελατηρίου

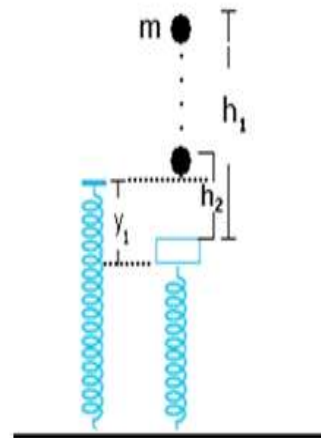


σταθεράς $k = 900 \frac{N}{m}$, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη σε οροφή. Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = m = 1Kg$, βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω, με ταχύτητα $v_0 = 6 \frac{m}{s}$, από σημείο που βρίσκεται σε απόσταση $h = 1,35m$ κάτω από το σώμα Σ_1 . Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά ελαστικά και στη συνέχεια το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:

- το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 .
- τη θέση του σώματος Σ_2 τη χρονική στιγμή, που η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 γίνεται για 1η φορά ελάχιστη.
- το έργο της δύναμης του ελατηρίου καθώς το σώμα Σ_1 κινείται από τη θέση ισορροπίας του μέχρι το ψηλότερο σημείο της τροχιάς του.
- το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας του σώματος Σ_1 , τη στιγμή που φτάνει στο ψηλότερο σημείο. Οι αντιστάσεις λόγω των τριβών θεωρούνται αμελητέες. Δίνονται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$ και $\pi^2 = 10$.

10. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 80\pi^2 \frac{N}{m}$ είναι συνδεδεμένος δίσκος μάζας $M = 5kg$ που ισορροπεί. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο από ύψος $h_1 = 5m$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια σφαίρα μάζας $m = 1kg$, η οποία συγκρούεται μετωπικά με τον δίσκο και η διάρκεια κρούσης είναι αμελητέα. Μετά την κρούση η σφαίρα αναπηδά κατακόρυφα και φτάνει σε ύψος $h_2 = 1,25m$ πάνω από την θέση ισορροπίας του δίσκου. Να υπολογίσετε:

- το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.
- την % μείωση της κινητικής ενέργειας της σφαίρας λόγω της κρούσης.
- τη θέση του δίσκου τη στιγμή που η σφαίρα φτάνει στο ύψος h_2 .
- τη δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο δίσκο σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.



ε) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, αμέσως

μετά την κρούση. Δίνονται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$ και $\pi^2 = 10$.

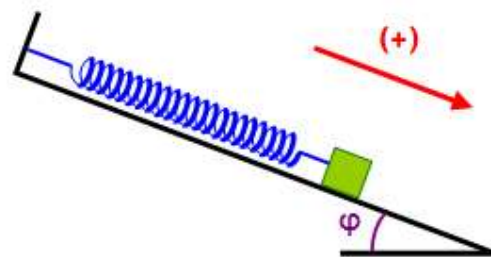
11. Ένα σώμα μάζας $m = 4kg$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 30^\circ$. Το σώμα είναι δεμένο στην άκρη

ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \frac{N}{m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Εκτρέπουμε το σώμα κατά $0,1m$ από τη θέση ισορροπίας του προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και τη

χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Θεωρώντας θετική τη φορά του σχήματος:

- α) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
- β) Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η επιτάχυνση του σώματος σε σχέση με το χρόνο κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
- γ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής



του σώματος στη θέση $x = -\frac{A}{2}$, όπου A το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης. δ) Να υπολογίσετε την επιπλέον ενέργεια W που πρέπει να δοθεί στο σύστημα, προκειμένου να διπλασιαστεί το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

12.

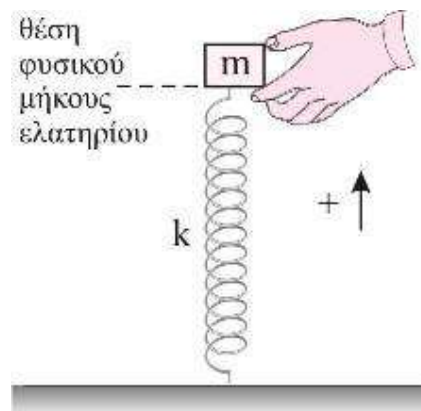
Ένα σώμα μάζας $m = 2kg$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου

σταθεράς $k = 50 \frac{N}{m}$, του οποίου το κάτω άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Εκτρέπουμε κατακόρυφα το σώμα προς τα πάνω μέχρι το φυσικό μήκος του ελατηρίου (βλέπε σχήμα) και το αφήνουμε ελεύθερο. Να βρεθούν:

- A) το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.
- B) η ενέργεια που δαπανήθηκε για να εκτρέψουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του μέχρι τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.
- Γ) η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης και η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
- Δ) η χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα θα αποκτήσει ταχύτητα

μέτρου $v = \sqrt{3} \frac{m}{s}$ για δεύτερη φορά. Θεωρείστε θετική φορά προς τα πάνω.

Δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$.



Αριστείδης Βλάχος