

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34

106 79 ΑΘΗΝΑ

Τηλ. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY

34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street

GR. 106 79 - Athens - HELLAS

Tel. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025

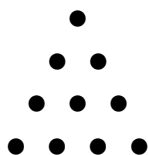
e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
66^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 21 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2006

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1. Οι αριθμοί α και β είναι ακέραιοι και ισχύει $\alpha + \beta = 1000$. Είναι δυνατόν να ισχύει $3\alpha + 5\beta = 3005$; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.
2. Σε ένα δοχείο υπάρχουν 6 λευκά, 9 κίτρινα, 12 κόκκινα και 15 πράσινα σφαιρίδια. Να προσδιορισθεί ο ελάχιστος αριθμός σφαιριδίων που πρέπει να πάρουμε τυχαία έτσι ώστε να εξασφαλισθεί η παρουσία στο δείγμα τουλάχιστον
Α) 3 λευκών
Β) 5 κίτρινων
Γ) 6 κόκκινων
Δ) 10 πράσινων σφαιριδίων
(τέσσερα διαφορετικά ερωτήματα).
3. Δέκα σημεία είναι τοποθετημένα σε σχήμα ισοπλεύρου τριγώνου όπως στο σχήμα



Να διαγραφεί ο ελάχιστος αριθμός σημείων έτσι ώστε τα υπόλοιπα να μη σχηματίζουν κανένα ισόπλευρο τρίγωνο.

4. Ποιος από τους αριθμούς

$$A = \frac{1}{99} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} \right)$$

και

$$B = \frac{1}{100} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} \right)$$

είναι μεγαλύτερος και γιατί;

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
**67ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 20 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2007**

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1. Να προσδιορίσετε τους φυσικούς αριθμούς n που είναι τέτοιοι ώστε ο αριθμός

$$\frac{42}{2n+1} \text{ να είναι ακέραιος.}$$

2. Θεωρούμε οξεία γωνία $\widehat{AOB}$ και την προέκταση ΟΓ της πλευράς ΟΑ. Στο ημιεπίπεδο που ορίζεται από την ΑΓ και περιέχει το σημείο Β, φέρουμε ευθεία $OD \perp OA$ και ευθεία $OE \perp OB$. Αν είναι $\widehat{GOE} = 4\widehat{AOB}$, να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{AOB}$.

3. Αν $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ είναι πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε $(\gamma - \delta)(\gamma + \delta) \neq 0$ και

$$\frac{\alpha + \beta}{\gamma + \delta} + \frac{\alpha - \beta}{\gamma - \delta} = \frac{\alpha + \beta}{\gamma - \delta} + \frac{\alpha - \beta}{\gamma + \delta},$$

να αποδείξετε ότι ένας τουλάχιστον από τους $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ισούται με 0.

4. Να αποδείξετε ότι κάθε εξαψήφιος φυσικός αριθμός της μορφής $xyzxyz$, όπου X, Y, Z είναι ψηφία με $X \neq 0$ διαιρείται με τους αριθμούς 7, 11 και 13.

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
68^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 19 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2008

Β΄ τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1.

Αν ισχύει ότι $8x + 10y = 1$, να βρείτε την τιμή της παράστασης
$$A = 2008 - 4(4x + 5y) - 48x - 60y.$$

Πρόβλημα 2.

Σε μία ατελή διαίρεση ενός τριψηφίου φυσικού αριθμού a με τον αριθμό 5, το πηλίκο είναι μεγαλύτερο κατά 5 του εξαπλάσιου του υπολοίπου. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές του a ;

Πρόβλημα 3

Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο ABC και ευθεία ε που περνάει από το C παράλληλη προς την πλευρά AB . Επιπλέον, δίνεται ότι

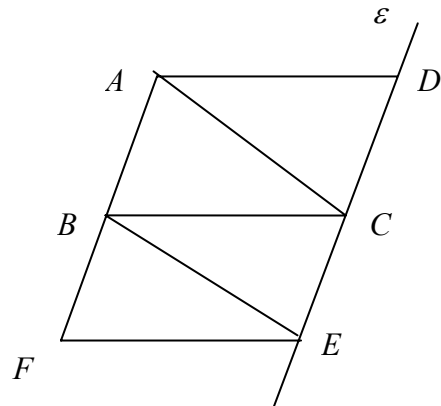
$$CD = CE = AB.$$

Στην προέκταση της AB προς το B παίρνουμε ευθύγραμμο τμήμα $BF = AB$.

α) Να βρεθούν τα τρίγωνα που υπάρχουν στο σχήμα και έχουν ίσο εμβαδόν.

(Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας).

β) Τι μέρος του εμβαδού του σχήματος $AFED$ είναι το εμβαδόν του τριγώνου ABC ;



Πρόβλημα 4

(α) Να αποδείξετε ότι κάθε εξαψήφιος θετικός ακέραιος της μορφής $A = ababab$, όπου a, b ψηφία, διαιρείται με το 3.

(β) Να προσδιορίσετε τους εξαψήφιους θετικούς ακέραιους της μορφής $A = ababab$, όπου a, b ψηφία, οι οποίοι διαιρούνται με το 5 και το 9.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
69^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 17 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2009

Β' τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1

Αν ισχύει ότι $4x - 5y = 10$, να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = (4x + 5y) - 36x + 35y + (8 : 4 - 2)^2.$$

Μονάδες 5

Πρόβλημα 2

Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει πλευρές $AB = 3x - 2$, $B\Gamma = x + 12$ και $\Gamma A = 2x + 8$, όπου $x \geq 2$. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές. Υπάρχει τιμή του x για την οποία το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο;

Μονάδες 5

Πρόβλημα 3

Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρές $AB = \Gamma\Delta$ και $A\Delta = B\Gamma$ μήκους α και β , αντίστοιχα. Αν αυξήσουμε το μήκος α κατά 20% και το μήκος β κατά 30%, να βρεθεί πόσο επί τοις εκατό θα αυξηθεί το εμβαδόν του ορθογωνίου.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A\Gamma > AB$) με τη γωνία $\hat{A}$ διπλάσια της γωνίας $\hat{B}$ και τη γωνία $\hat{B}$ μεγαλύτερη από τη γωνία $\hat{\Gamma}$ κατά είκοσι μοίρες. Δίνονται ακόμα το ύψος του AH και η διχοτόμος του $A\Delta$.

(α) Αν A', B', Γ' είναι τα συμμετρικά των κορυφών A, B, Γ του τριγώνου $AB\Gamma$, ως προς άξονα συμμετρίας την ευθεία του ύψους AH , να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABB' και $A\Gamma\Gamma'$ είναι ισοσκελή και να βρείτε τις γωνίες τους.

(β) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζεται από το ύψος AH και τη διχοτόμο $A\Delta$.

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
70^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 23 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2010

Β' τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1

(α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = 2010 - 2009 \cdot 2008 + 2010 \cdot 2008.$$

Μονάδες 2

(β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$B = \frac{3}{8} \cdot \left(2^2 - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \right) \text{ και } \Gamma = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{11} \right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} + \frac{20}{9} \right).$$

Μονάδες 3

Πρόβλημα 2

Ο τριψήφιος θετικός ακέραιος $x = \overline{\alpha\beta\gamma} = 100\alpha + 10\beta + \gamma$, $\alpha \neq 0$, έχει άθροισμα ψηφίων 10. Αν εναλλάξουμε το ψηφίο των εκατοντάδων με το ψηφίο των μονάδων του, τότε προκύπτει ακέραιος μικρότερος από τον x κατά 297. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές του x ;

Μονάδες 5

Πρόβλημα 3

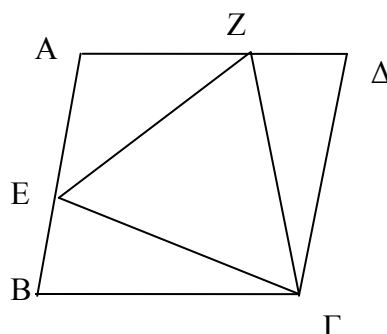
Ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει πλάτος $AB = x$ μέτρα και μήκος $B\Gamma = y$ μέτρα, το οποίο είναι διπλάσιο του πλάτους του. Αν αυξήσουμε το πλάτος του κατά 25%, να βρείτε πόσο επί τα εκατό πρέπει να ελαττώσουμε το μήκος του, ώστε το εμβαδόν του να μείνει αμετάβλητο.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 4

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ρόμβος πλευράς α και το τρίγωνο ΓΕΖ είναι ισόπλευρο πλευράς α . Τα σημεία Ε και Ζ βρίσκονται πάνω στις πλευρές ΑΒ και ΑΔ, αντίστοιχα. Να βρείτε τις γωνίες του ρόμβου ΑΒΓΔ.

Μονάδες 5



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
71^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 15 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2011
Β' τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1

(α) Να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$A = \frac{1}{8^2} \cdot \left(2^3 + 1 + \frac{1}{4} : \frac{3}{2} - \frac{1}{6} \right) \text{ και } B = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{27} \right) : \left(\frac{10}{3^3} - \frac{2}{9} \right) \cdot \frac{3^2}{2^7}.$$

Μονάδες 3

(β) Αν ισχύει ότι:

$$\frac{2}{\alpha} + \frac{4}{\beta} + \frac{\gamma}{6} = \frac{1}{6},$$

να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$\Gamma = \frac{8-\alpha}{4\alpha} + \frac{12-2\beta}{3\beta} + \frac{2\gamma-3}{12}.$$

Μονάδες 2

Πρόβλημα 2

Ένας έμπορος αυτοκινήτων είχε στο κατάστημά του την αρχή της περυσινής χρονιάς 20 αυτοκίνητα τύπου Α και 60 αυτοκίνητα τύπου Β. Η τιμή πώλησης για κάθε αυτοκίνητο τύπου Α είναι 10000 ευρώ, ενώ για κάθε αυτοκίνητο τύπου Β είναι 12000 ευρώ.

Στο τέλος της χρονιάς είχε πουλήσει το 30% των αυτοκινήτων τύπου Α και το 60% του συνόλου των αυτοκινήτων τύπου Α και Β.

Να βρείτε ποιο θα είναι το κέρδος του από την πώληση των αυτοκινήτων, αν γνωρίζετε ότι από καθένα αυτοκίνητο τύπου Α κερδίζει το 5% της τιμής πώλησής του, ενώ από καθένα αυτοκίνητο τύπου Β κερδίζει το 10% της τιμής πώλησής του.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = AG$ και $\hat{A} = 36^\circ$. Από την κορυφή Α φέρουμε ευθεία ε παράλληλη προς την πλευρά ΒΓ. Η διχοτόμος της γωνίας Β τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Δ και την ευθεία ε στο σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ, ΒΓΔ, ΑΔΕ και ΑΒΕ είναι ισοσκελή.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 4

Να προσδιορίσετε τριψήφιο θετικό ακέραιο $A = \overline{\alpha\beta\gamma} = 100\alpha + 10\beta + \gamma$, αν ισχύουν και οι τρεις επόμενες προτάσεις:

- (i) $A - B = 27$, όπου $B = \overline{\alpha\gamma\beta} = 100\alpha + 10\gamma + \beta$.
- (ii) Το άθροισμα των ψηφίων β, γ ισούται με το μικρότερο ακέραιο που είναι λύση της ανίσωσης: $3x + 12 < 5x - 1$.
- (iii) Ο αριθμός Α διαιρείται με το 3.

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
72^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙ-
ΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 21 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2012
Β΄ τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1

(α) Να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$A = \frac{2^3}{31} \cdot \left(2^3 + 2^0 + \frac{3}{8} : \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right) \text{ και } B = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12} \right) : \left(\frac{8}{3^4} - \frac{2}{9^2} \right) + \frac{3}{2^4}.$$

Μονάδες 2

(β) Αν ισχύει ότι:

$$6(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) = 11\alpha\beta\gamma \text{ και } \alpha\beta\gamma \neq 0,$$

να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$\Gamma = \frac{8-\alpha}{2\alpha} + \frac{12-\beta}{3\beta} + \frac{16-\gamma}{4\gamma}.$$

Μονάδες 3

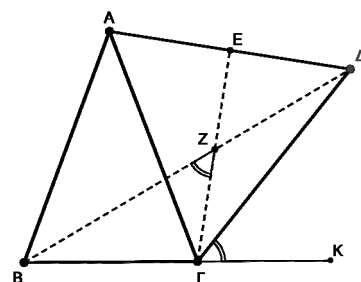
Πρόβλημα 2

Ένας πελάτης αγόρασε από μία έκθεση αυτοκινήτων ένα αυτοκίνητο για το οποίο πλήρωσε με μετρητά το μισό της τιμής πώλησης του αυτοκινήτου, ενώ για τα υπόλοιπα συμφωνήθηκε να πληρώσει με 24 μηνιαίες δόσεις των 500 ευρώ. Με αυτόν το διακανονισμό επιβαρύνθηκε με τόκους που συνολικά αντιστοιχούν στο 10% της τιμής πώλησης του αυτοκινήτου. Να βρείτε την τιμή πώλησης του αυτοκινήτου και πόσα συνολικά θα πληρώσει συνολικά ο πελάτης.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 3

Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές ($AB = AG$) και οξυγώνιο, το τρίγωνο AΔΓ είναι ισόπλευρο και Ε είναι το μέσο του AΔ. Αν το Κ βρίσκεται στη προέκταση της ΒΓ και οι ΒΔ, ΓΕ τέμνονται στο σημείο Ζ, να αποδείξετε ότι οι γωνίες $\hat{B}\hat{Z}\hat{\Gamma}$ και $\hat{K}\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$, είναι ίσες.



Μονάδες 5

Πρόβλημα 4

Γράφουμε στον πίνακα το σύνολο A που περιέχει όλους τους ακέραιους από το 1 μέχρι και το 2012. Διαγράφουμε από το σύνολο A όλους τους ακέραιους που είναι πολλαπλάσια του 5 και στη συνέχεια, από τους ακέραιους που απέμειναν, διαγράφουμε αυτούς που είναι πολλαπλάσια του 8. Να βρείτε πόσοι ακέραιοι θα απομείνουν στο σύνολο A.

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
73^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 12 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2013

Β' τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1

Να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$A = \frac{2^2}{31} \cdot \left(3^3 + 1000^0 + \frac{2}{9} : \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right) \text{ και } B = \left(1 - \frac{40}{41} \right) : \left(\frac{80}{3^4} - \frac{79}{9^2} \right) + \frac{67}{41}.$$

Μονάδες 5

Πρόβλημα 2

Ένας φορητός υπολογιστής έχει τιμή πώλησης 720 ευρώ σε μετρητά. Όταν ο πελάτης τον πληρώσει σε 12 ισόποσες μηνιαίες δόσεις, τότε επιβαρύνεται συνολικά με τόκους 5% πάνω στην τιμή πώλησης. Όταν ο πελάτης τον πληρώσει σε 24 ισόποσες μηνιαίες δόσεις τότε επιβαρύνεται συνολικά με τόκους 14% πάνω στην τιμή πώλησης. Να βρείτε σε καθεμία από τις δύο περιπτώσεις πόση θα είναι η μηνιαία δόση.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Από την κορυφή A φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα AD παράλληλο προς τη βάση $B\Gamma$ και ίσο με την πλευρά AB . Η ευθεία BD τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο E .

(α) Να αποδείξετε ότι η ευθεία BD διχοτομεί τη γωνία $\hat{A}B\Gamma$.

(β) Αν το τρίγωνο ADE είναι ισοσκελές, να βρείτε πόσων μοιρών είναι η γωνία $\hat{B}A\Gamma = \omega$.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 4

Από τους μαθητές ενός Γυμνασίου το 60% παίζει ποδόσφαιρο, το 45% παίζει μπάσκετ, ενώ το 15% παίζει και ποδόσφαιρο και μπάσκετ. Αν υπάρχουν 24 μαθητές που δεν παίζουν κανένα από τα δύο αθλήματα, να βρείτε πόσους μαθητές έχει το Γυμνάσιο, πόσοι από αυτούς παίζουν ποδόσφαιρο και πόσοι από αυτούς παίζουν μπάσκετ.

Μονάδες 5

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες μετά την παράδοση των θεμάτων

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
74^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 18 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2014

Β' τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1

Να βρείτε τους αριθμούς

$$A = \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(3^2 + 2000^0 - \frac{4}{9} : \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \frac{77}{3^4} \quad \text{και} \quad B = \left(4 - \frac{16}{81}\right) : \left(\frac{60}{3^3} - \frac{19}{3^2}\right) + \frac{7}{9}.$$

Πρόβλημα 2

Αγρός έχει σχήμα τραπεζίου ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, ύψος ΑΒ = 800 μέτρα, μικρή βάση ΑΔ, μεγάλη βάση ΒΓ και διαφορά βάσεων ΒΓ – ΑΔ = 800 μέτρα. Δίνεται ακόμη ότι:

- Η περίμετρος του αγρού είναι μικρότερη από $2810 + 800\sqrt{2}$ μέτρα.
- Το εμβαδό του αγρού είναι μεγαλύτερο από 796 στρέμματα.
- Η μικρή βάση ΑΔ έχει μήκος x μέτρα, όπου x ακέραιος πολλαπλάσιος του 10.

Να βρείτε τα μήκη των βάσεων και το εμβαδόν του αγρού.

(Δίνεται ότι 1 στρέμμα είναι ίσο με 1000 τετραγωνικά μέτρα)

Πρόβλημα 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και $\hat{A} = 30^\circ$. Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο ΑΓΔ με $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{G} = 90^\circ$. Η μεσοκάθετη της πλευράς ΑΓ τέμνει την ΑΓ στο μέσο της Κ, την ΑΒ στο σημείο Λ και την προέκταση της πλευράς ΒΓ στο σημείο Μ. Έστω Ν το συμμετρικό του σημείου Λ ως προς την ευθεία ΑΓ. Να βρείτε:

(α) Τα μέτρα των γωνιών ΚΜΒ και ΜΑΛ.

(β) Το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΛΝ, συναρτήσει του μήκους $\alpha = ΑΔ$.

Πρόβλημα 4

Σε ένα σχολείο το 55% των μαθητών είναι αγόρια. Το πλήθος των αγοριών που δεν μιλούν γαλλικά είναι ίσο με το πλήθος των κοριτσιών που μιλούν γαλλικά. Τα αγόρια που μιλούν γαλλικά, είναι τα $\frac{7}{11}$ των μαθητών που μιλούν γαλλικά. Τα κορίτσια που δεν μιλούν γαλλικά είναι 60. Βρείτε πόσους μαθητές έχει το σχολείο.

Κάθε πρόβλημα βαθμολογείται με 5 μονάδες

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες μετά την παράδοση των θεμάτων

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
75^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
17 Ιανουαρίου 2015
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1.

Υπολογίστε την τιμή της παράστασης: $A = \left(\frac{7}{3} - \frac{49}{9} \right) \cdot \frac{3}{7} + \frac{4}{3} + \left(\frac{3}{2} - \frac{6}{5} \right)^{-2} : \left(2 - \frac{11}{10} \right)^{-2}$.

Πρόβλημα 2. Μία οικογένεια αγόρασε ένα ψυγείο με έκπτωση $11\frac{1}{9}\%$ πάνω στην τιμή πώλησης και ένα πλυντήριο με έκπτωση $14\frac{2}{7}\%$ πάνω στην τιμή πώλησης. Η συνολική τιμή πώλησης ψυγείου και πλυντηρίου ήταν 3150 ευρώ. Η συνολική έκπτωση που έγινε ήταν 390 ευρώ. Να βρείτε την τιμή πώλησης του ψυγείου και του πλυντηρίου.

Σημείωση: Οι αριθμοί $11\frac{1}{9}$ και $14\frac{2}{7}$ είναι μεικτοί.

Πρόβλημα 3.

Τέσσερα χωριά Α, Β, Γ και Δ πλήρωσαν πέρυσι για τη μεταφορά των μαθητών τους στο Γυμνάσιο του Δήμου τους συνολικά 9690 ευρώ. Τα χρήματα που πλήρωσε κάθε χωριό ήταν ανάλογα προς τον αριθμό των μαθητών του χωριού που φοιτούσαν στο Γυμνάσιο. Να βρείτε πόσα χρήματα πλήρωσε κάθε χωριό, αν είναι γνωστό ότι ο αριθμός των μαθητών του χωριού Β ισούται με τα $\frac{3}{4}$ του αριθμού των μαθητών του χωριού Γ, ο αριθμός των μαθητών του χωριού Α ισούται με τα $\frac{2}{3}$ του αριθμού των μαθητών του χωριού Β και ο αριθμός των μαθητών του χωριού Δ ισούται με το άθροισμα των μαθητών των χωριών Α και Γ.

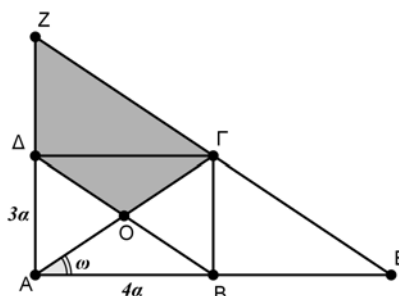
Πρόβλημα 4

Έστω ΑΒΓΔ ορθογώνιο με $\hat{A}B = \omega$ και Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του. Από την κορυφή Γ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς τη διαγώνιο ΒΔ η οποία τέμνει την ευθεία ΑΒ στο σημείο Ε και την ευθεία ΑΔ στο σημείο Ζ. Δίνεται ότι:

$$AB = 4\alpha \text{ cm}, AD = 3\alpha \text{ cm}.$$

1. Βρείτε τη γωνία $\hat{A}Z$ συναρτήσει της γωνίας ω .
2. Αποδείξτε ότι: $AG = GZ = GE$.
3. Βρείτε το ύψος και το εμβαδόν του τραπεζίου ΔΟΓΖ.

Σημείωση. Να σχεδιάσετε το σχήμα του προβλήματος στο τετράδιο σας. Να αιτιολογήσετε κάθε απάντησή σας.



Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία.

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
76^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”

16 Ιανουαρίου 2016

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1.

Δίνονται οι δεκαδικοί περιοδικοί αριθμοί $\alpha = 0, \overline{2}$ και $\beta = 0, \overline{3}$.

(α) Να γράψετε τους αριθμούς α και β σε κλασματική μορφή.

(β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = (3\alpha - 5\beta)^{2015} + (18\alpha^2 + \beta^2)^{2016}$$

Πρόβλημα 2.

Να βρείτε το μικρότερο θετικό ακέραιο με τον οποίο είτε πολλαπλασιάσουμε είτε διαιρέσουμε το 2016, προκύπτει ως αποτέλεσμα τέλει τετράγωνο.

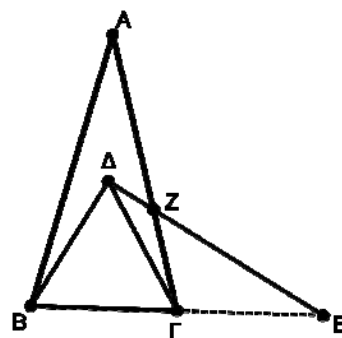
Πρόβλημα 3

Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB = A\Gamma$) και $\hat{A} = 30^\circ$. Το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ισόπλευρο και το σημείο E βρίσκεται στη προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ και είναι τέτοιο ώστε $B\Gamma = \Gamma E$. Αν η πλευρά $A\Gamma$ τέμνεται από τη ΔE στο σημείο Z , τότε:

(α) Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{A}\hat{B}\hat{\Delta}$ και $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$.

(β) Να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta \Gamma$ είναι ισοσκελή.

(γ) Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο $B\Delta E$ είναι ορθογώνιο.



Πρόβλημα 4

Για την εκτέλεση ενός μεγάλου ερευνητικού έργου στο προαπαιτούμενο χρονικό όριο, ξεκίνησαν να εργάζονται συνολικά 500 ερευνητές. Όταν τελείωσε στην ώρα του το $\frac{1}{4}$ του

έργου, αποχώρησαν 100 ερευνητές, οπότε το δεύτερο τέταρτο του έργου ολοκληρώθηκε με καθυστέρηση. Αποχώρησαν όμως τότε και άλλοι 100 ερευνητές, οπότε το τρίτο τέταρτο του έργου ολοκληρώθηκε με επιπλέον καθυστέρηση. Πόσοι ερευνητές πρέπει να προσληφθούν, ώστε το έργο να τελειώσει στον προγραμματισμένο χρόνο.

(Υποθέτουμε ότι όλοι οι ερευνητές που εργάστηκαν, αλλά και αυτοί που θα προσληφθούν, δουλεύουν με την ίδια απόδοση)

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία.



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
77^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
28 Ιανουαρίου 2017

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1.

(α) Να βρεθούν όλα τα μη μηδενικά κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$, με α, β μη αρνητικούς ακέραιους και $\alpha + \beta = 4$.

(β) Για το μικρότερο από τα κλάσματα του προηγούμενου ερωτήματος να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \left(2 + \frac{\alpha}{\beta}\right) \cdot \frac{6}{7} - 3 \left(\frac{2 \cdot \alpha}{\beta} - \frac{9}{27}\right).$$

Πρόβλημα 2.

Ο θετικός ακέραιος A έχει το γινόμενο των ψηφίων του ίσο με 12, το άθροισμα των ψηφίων του ίσο με 9 και επιπλέον διαιρείται με το 4. Να βρείτε τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή του A .

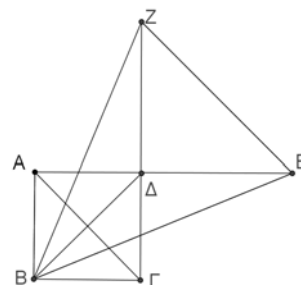
Πρόβλημα 3

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς α . Προεκτείνουμε την πλευρά $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E = B\Delta$ και την πλευρά $\Gamma\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = B\Delta$, (δείτε το διπλανό σχήμα).

(α) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι οι γωνίες $\hat{\Delta}BE$ και $\hat{\Delta}ZB$.

(β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $A\Gamma$ και EZ είναι παράλληλες.

Σημείωση: Στην κόλλα σας να κάνετε το δικό σας σχήμα.



Πρόβλημα 4

Ένας πεζοπόρος περπατάει από το χωριό A για να πάρει το τρένο στην πόλη B . Ο πεζοπόρος σε μία ώρα προχώρησε κατά 4 χιλιόμετρα και τότε διαπίστωσε ότι περπατώντας με αυτή την ταχύτητα θα έφθανε στο σταθμό μία ώρα αργότερα από την αναχώρηση του τρένου. Για αυτό το λόγο στο υπόλοιπο της διαδρομής κινήθηκε με 6 χιλιόμετρα την ώρα και έτσι έφθασε στο σταθμό μισή ώρα νωρίτερα από την αναχώρηση του τρένου. Να βρείτε την απόσταση του χωριού A από το σταθμό του τρένου στη πόλη B .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
78^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
20 Ιανουαρίου 2018

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1.

Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \left(\frac{2\beta + \alpha}{\beta} \right) \cdot \frac{500}{3} - 18 \cdot \left(\frac{\alpha - 11\beta}{\beta} \right),$$

αν δίνεται ότι: $\frac{\alpha}{\beta} = 10$.

Πρόβλημα 2.

Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός στοιχείων που πρέπει να αφαιρεθούν από το σύνολο $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$, έτσι ώστε το γινόμενο όλων των στοιχείων του που θα απομείνουν να είναι τέλειο τετράγωνο ακεραίου;

Πρόβλημα 3

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 115^\circ$ θεωρούμε στο εσωτερικό του σημείο Δ τέτοιο ώστε $\Delta\hat{B}\Gamma = 2 \cdot \Delta\hat{B}A$ και $\Delta\hat{\Gamma}B = 2 \cdot \Delta\hat{\Gamma}A$. Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία $B\Delta\Gamma$.

Πρόβλημα 4

Ο Γιάννης πήγε στην αγορά έχοντας μαζί του κέρματα των δύο ευρώ και του ενός ευρώ. Ο αριθμός των κερμάτων του ήταν 40. Για την αγορά που έκανε ξόδεψε ακριβώς το ένα τρίτο των κερμάτων των δύο ευρώ που είχε μαζί του. Την επόμενη μέρα ξόδεψε το 40% της αξίας των χρημάτων που του είχαν απομείνει. Αν και τις δύο μέρες ξόδεψε συνολικά 40 ευρώ, να βρείτε πόσα κέρματα των δύο ευρώ είχε αρχικά μαζί του.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!