

10.Α ΕΜΒΑΔΑ

Να κάνετε τα 2 πρώτα θέμα 2 και τα 2 πρώτα θέμα 4.

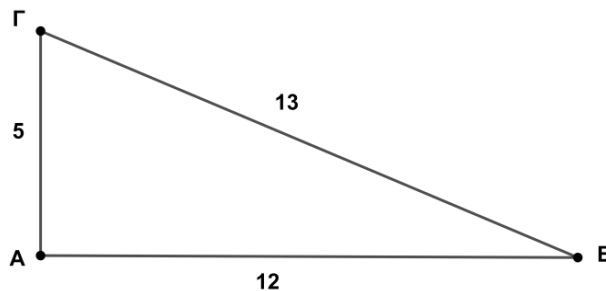
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 12$, $A\Gamma = 5$ και $B\Gamma = 13$.

α) Να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 90^\circ$.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$.

γ) Να υπολογίσετε το ύψος u_α .



ΘΕΜΑ 2

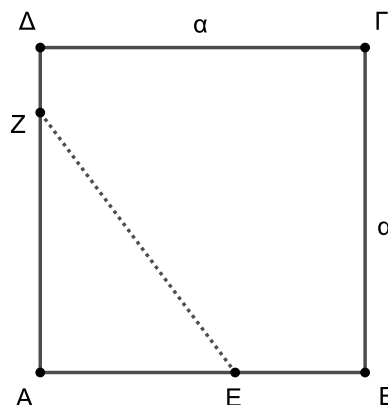
Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς α . Στην πλευρά AB

θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $AE = \frac{3}{5} AB$, και στην πλευρά AD θεωρούμε

σημείο Z έτσι ώστε $AZ = \frac{4}{5} AD$.

α) Να υπολογίσετε συναρτήσει του α τα εμβαδά, του τριγώνου AEZ και του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$.

β) Αν γνωρίζουμε ότι το εμβαδόν του πενταγώνου $EB\Gamma\Delta Z$ είναι ίσο με 76 να υπολογίσετε το μήκος α της πλευράς του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$.



ΘΕΜΑ 2

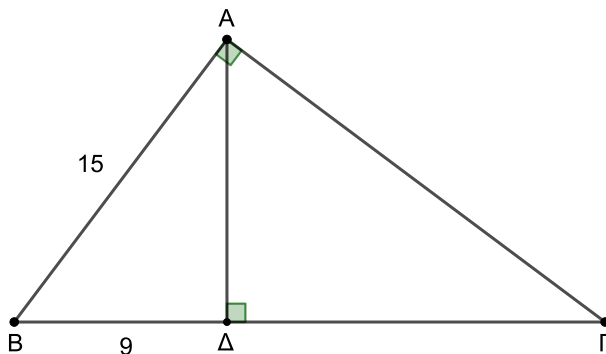
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και έστω Δ η προβολή της κορυφής A στην υποτείνουσα $B\Gamma$. Έστω επίσης $AB = 15$ και $\Delta B = 9$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $B\Gamma = 25$

ii. $A\Gamma = 20$

β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



ΘΕΜΑ 2

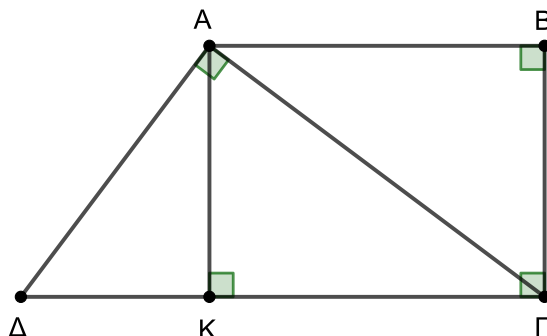
Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{B} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$ και στο οποίο η πλευρά AD και η διαγώνιος $A\Gamma$ είναι κάθετες. Έστω

K η προβολή της κορυφής A στην πλευρά $\Gamma\Delta$,

$K\Delta = 9$ και $K\Gamma = 16$.

α) Να αποδείξετε ότι $AK = 12$.

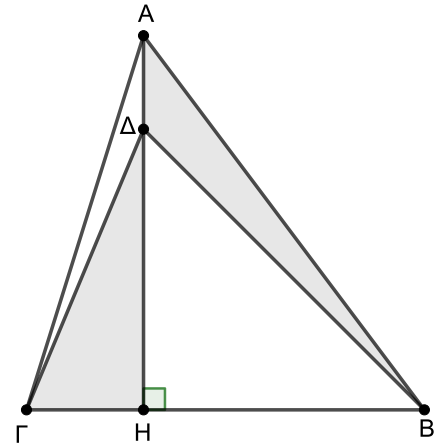
β) Να βρείτε το εμβαδόν του τραapeζίου $AB\Gamma\Delta$.



ΘΕΜΑ 2

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος το AH είναι ύψος και το Δ σημείο του AH . Δίνονται $AB = 20$, $BH = 12$, $\Gamma H = 5$ και ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Delta$ είναι $(AB\Delta) = 24$.

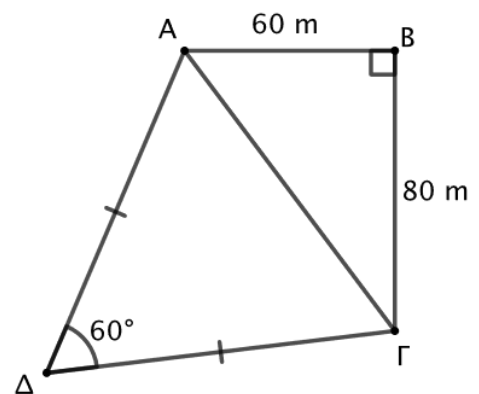
- Να αποδείξετε ότι $AH = 16$.
- Να αποδείξετε ότι $A\Delta = 4$.
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $\Gamma\Delta H$.



ΘΕΜΑ 2

Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος παριστάνει την κάτοψη ενός κτήματος με $AB = 60$ m, $B\Gamma = 80$ m, $\hat{\Delta} = 60^\circ$, $\hat{B} = 90^\circ$ και $A\Delta = \Gamma\Delta$.

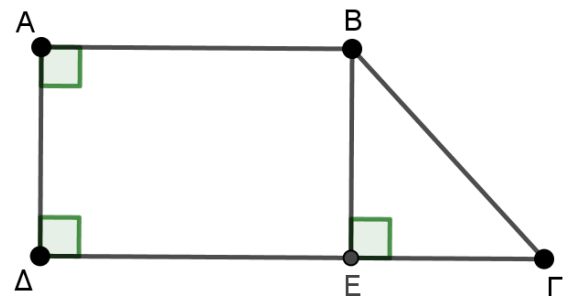
- Να υπολογίσετε το μήκος της διαγώνιου $A\Gamma$.
- Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $A\Delta\Gamma$ είναι ισόπλευρο.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν των τριγώνων $AB\Gamma$ και $A\Delta\Gamma$. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν του κτήματος;



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος, με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ και $A\Delta = 4$, $AB = 5$, $\Delta\Gamma = 8$. Από την κορυφή B του τραpezίου, φέρνουμε την BE κάθετη στην πλευρά $\Delta\Gamma$.

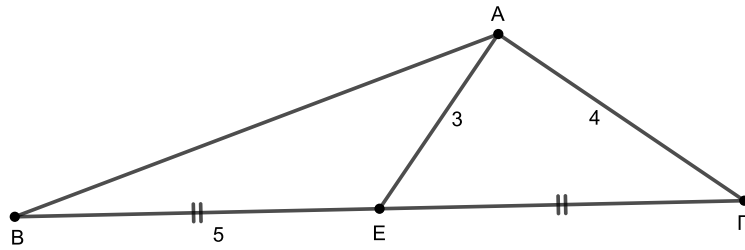
- Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος $E\Gamma$.
- Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$ του τραpezίου.
- Να υπολογίσετε το λόγο: $\frac{(B\Delta\Gamma)}{(AB\Gamma\Delta)}$.



ΘΕΜΑ 2

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του παρακάτω σχήματος η διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά $B\Gamma$ έχει μήκος 3 και η πλευρά $A\Gamma$ είναι ίση με 4. Αν $BE=5$, τότε:

- Να αποδείξετε ότι η διάμεσος AE είναι κάθετη στην πλευρά $A\Gamma$.
- Να δικαιολογήσετε γιατί $(ABE)=(A\Gamma E)$.
 - Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$



ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε ορθογώνιο ABΓΔ με $AB = 2\alpha$ και $AD = \alpha$.

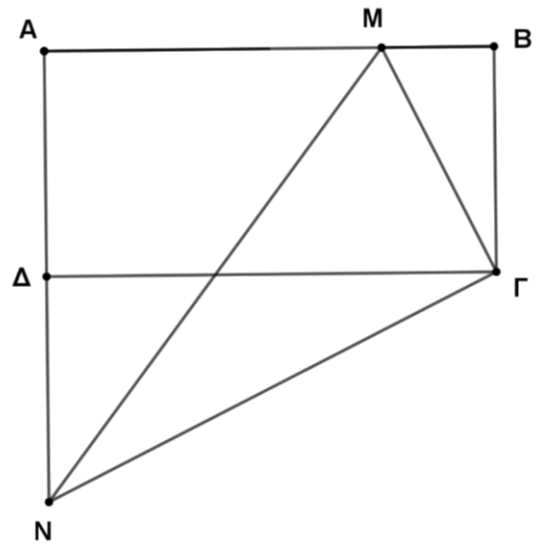
Στην πλευρά AB θεωρούμε σημείο M με $MB = x$ και στην προέκταση της AD σημείο N με $DN = 2x$.

α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση των α, x τα MG^2 , NG^2 και MN^2 .

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο MNG είναι ορθογώνιο.

γ) Να υπολογίσετε συναρτήσει των α, x τα εμβαδά των τριγώνων AMN και ΓMN.

δ) Να βρείτε τη θέση του σημείου M, πάνω στην AB ώστε τα τρίγωνα AMN και ΓMN να είναι ισεμβαδικά.



ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα, δίνεται ισοσκελές τρίγωνο

ABΓ με $AB = AG$ και έστω Δ η προβολή του σημείου

B πάνω στην ευθεία AG. Έστω $AD = 3$ και $DΓ = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $BD = 4$

ii. $(ABΓ) = 10$

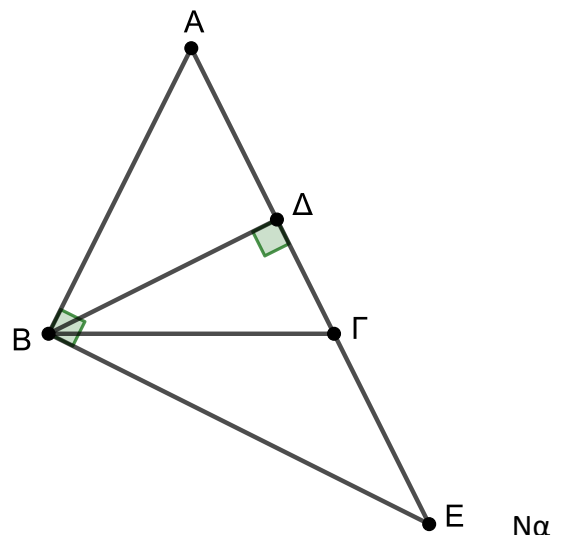
β) Έστω ότι η κάθετη της AB στο σημείο B,

τέμνει την προέκταση της AG στο σημείο E.

βρείτε:

i. Το μήκος του ΔE.

ii. Το εμβαδόν του τριγώνου BΓE



ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά $\sqrt{2}$ και το τετράγωνο ΔEZH έχει πλευρά 1.

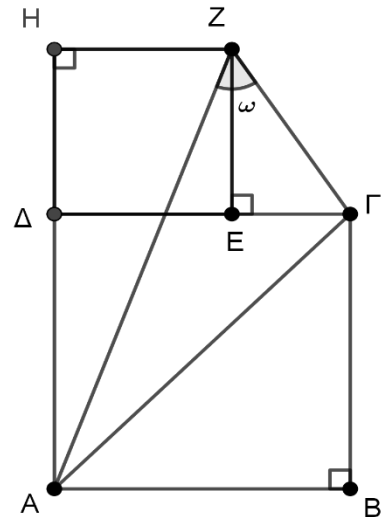
α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 2$.

β) Να αποδείξετε ότι

i. $AZ^2 = 4 + 2\sqrt{2}$.

ii. $\Gamma Z^2 = 4 - 2\sqrt{2}$.

γ) Να υπολογίσετε σε μοίρες το μέτρο της γωνίας $\angle Z\Gamma A = \hat{\omega}$.



ΘΕΜΑ 4

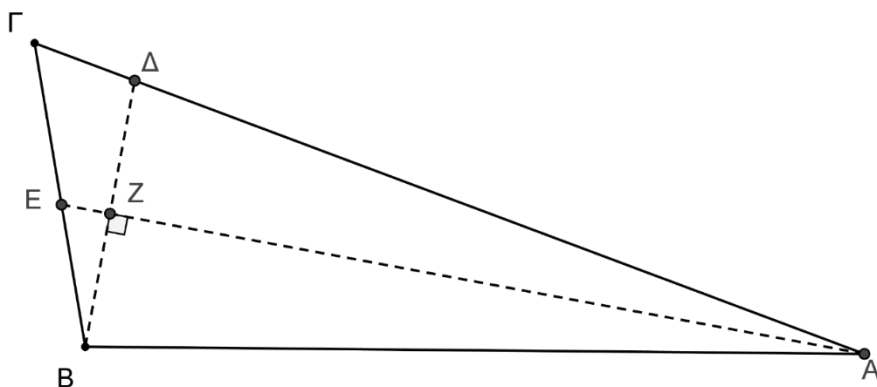
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνίες $\hat{A} = 20^\circ$, $\hat{B} = 100^\circ$, και η διχοτόμος AE της γωνίας του $\hat{A}$. Από το B φέρνουμε την κάθετη προς την AE και έστω Z , Δ τα σημεία τομής της καθέτου με τις AE , $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\angle \Gamma B \Delta = \hat{A} = 20^\circ$

ii. Το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι όμοιο με το τρίγωνο $AB\Gamma$, να γράψετε τα ζεύγη των ομόλογων πλευρών τους και να αιτιολογήσετε γιατί είναι αυτές οι πλευρές ομόλογες.

β) Να σχεδιάσετε εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ δύο τετράπλευρα: ένα τετράγωνο με πλευρά την $B\Gamma$ και ένα ορθογώνιο που η μία του πλευρά είναι η πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ και η άλλη του πλευρά είναι ευθύγραμμο τμήμα ίσο με το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$. Να εξετάσετε αν τα δυο τετράπλευρα, που σχεδιάσατε, έχουν ίσα εμβαδά.



ΘΕΜΑ 4

Δίνονται δύο κύκλοι με κέντρα O και K . Ο κύκλος με κέντρο O έχει ακτίνα $R=7$ ενώ ο κύκλος με κέντρο K έχει ακτίνα $r=2$. Το τμήμα AB είναι το κοινό εξωτερικό εφαπτόμενο τμήμα των δύο κύκλων και το τμήμα KE είναι

παράλληλο στο τμήμα AB με E σημείο του τμήματος OA. Η διάκεντρος OK τέμνει τον κύκλο (O,R) στο σημείο Γ και τον κύκλο (K,ρ) στο σημείο Δ.

α) Αν η θέση των δύο κύκλων είναι τέτοια ώστε, η απόσταση των σημείων Γ και Δ είναι $\Gamma\Delta=4$, τότε:

- i. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AB.
- ii. Να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ABKO.

β) Ποια πρέπει να είναι η σχετική θέση των 2 κύκλων, ώστε το εμβαδόν του ABKE να ισούται με $4\sqrt{14}$ τ.μ.;

