

ΛΥΣΕΙΣ 10.Α ΕΜΒΑΔΑ

ΘΕΜΑ 2 22513

α) Για να αποδείξουμε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο, αρκεί να αποδείξουμε ότι $B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2$.

Έχουμε $B\Gamma^2 = 13^2 = 169$ και $A\Gamma^2 + AB^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$. Άρα $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$, οπότε $\hat{A} = 90^\circ$.

β) Επειδή $\hat{A} = 90^\circ$ έχουμε $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} AB \cdot A\Gamma = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30$.

γ) Ισχύει $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot v_\alpha$, άρα $v_\alpha = \frac{(AB\Gamma)}{\frac{1}{2}\alpha} = \frac{2 \cdot 30}{13} = \frac{60}{13}$.

ΘΕΜΑ 2 16821

Από υπόθεση έχουμε ότι το τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει πλευρά α , επίσης το τμήμα ΑΕ ισούται με: $AE = \frac{3}{5} AB$, δηλαδή $AE = \frac{3}{5} \alpha$ και το τμήμα ΑΖ ισούται με: $AZ = \frac{4}{5} AD$ δηλαδή $AZ = \frac{4}{5} \alpha$.

α) Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΕΖ ισούται με:

$$(AEZ) = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot AZ = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \alpha \cdot \frac{4}{5} \alpha = \frac{12}{50} \cdot \alpha^2 = \frac{6}{25} \cdot \alpha^2$$

Το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ ισούται με: $(AB\Gamma\Delta) = \alpha \cdot \alpha = \alpha^2$

β) Το εμβαδόν του πενταγώνου ΕΒΓΔΖ υπολογίζεται αν από το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ αφαιρέσουμε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΖΕ.

Από το α) έχουμε: $(AB\Gamma\Delta) = \alpha^2$ και $(AEZ) = \frac{6}{25} \cdot \alpha^2$

$$\text{Άρα: } (EB\Gamma\Delta Z) = (AB\Gamma\Delta) - (AEZ) = \alpha^2 - \frac{6}{25} \cdot \alpha^2 = \frac{19}{25} \cdot \alpha^2.$$

Από υπόθεση το εμβαδόν του πενταγώνου ΕΒΓΔΖ ισούται με 76, συνεπώς έχουμε:

$$\frac{19}{25} \cdot \alpha^2 = 76 \text{ ή } \alpha^2 = \frac{25 \cdot 76}{19} \text{ ή } \alpha^2 = \frac{25 \cdot 19 \cdot 4}{19} \text{ ή } \alpha^2 = 100 \text{ ή } \alpha = 10.$$

ΘΕΜΑ 2 22339

α) i) Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.

Άρα στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$), όπου είναι $AB = 15$ και $\Delta B = 9$, έχουμε

$$AB^2 = \Delta B \cdot B\Gamma \quad \text{ή} \quad 15^2 = 9 \cdot B\Gamma \quad \text{ή} \quad B\Gamma = \frac{225}{9} \quad \text{ή} \quad B\Gamma = 25.$$

ii) Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$), όπου είναι

$$AB = 15 \text{ και } B\Gamma = 25, \text{ έχουμε}$$

$$A\Gamma^2 = B\Gamma^2 - AB^2 \quad \text{ή} \quad A\Gamma^2 = 25^2 - 15^2 \quad \text{ή} \quad A\Gamma^2 = 625 - 225 \quad \text{ή} \quad A\Gamma^2 = 400 \quad \text{ή} \quad A\Gamma = 20.$$

β) Επειδή το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο, το εμβαδόν του είναι

$$(AB\Gamma) = \frac{AB \cdot A\Gamma}{2} = \frac{15 \cdot 20}{2} = 150.$$

ΘΕΜΑ 2 22338

α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο $A\Delta\Gamma$ το AK είναι το ύψος του, που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα $\Delta\Gamma$ και οι προβολές των κάθετων πλευρών $A\Delta$ και $A\Gamma$ στην υποτείνουσα $\Delta\Gamma$ είναι αντίστοιχα

$$K\Delta = 9 \text{ και } K\Gamma = 16. \text{ Άρα}$$

$$AK^2 = K\Delta \cdot K\Gamma \quad \text{ή} \quad AK^2 = 9 \cdot 16 \quad \text{ή} \quad AK^2 = 144 \quad \text{ή} \quad AK^2 = 12^2 \quad \text{ή} \quad AK = 12.$$

β) Το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ έχει ύψος $AK = 12$ και βάσεις

$$\Delta\Gamma = K\Delta + K\Gamma = 9 + 16 = 25 \text{ και}$$

$$AB = K\Gamma = 16, \text{ αφού το } AB\Gamma K \text{ είναι ορθογώνιο } (\widehat{B} = \widehat{\Gamma} = \widehat{K} = 90^\circ).$$

Επομένως το εμβαδόν του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$ είναι

$$(AB\Gamma\Delta) = \frac{(\Delta\Gamma + AB) \cdot AK}{2} = \frac{(25 + 16) \cdot 12}{2} = 246.$$

ΘΕΜΑ 2 22331

α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο AHB ($\widehat{H} = 90^\circ$), είναι $AB = 20$ και $BH = 12$, άρα από το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256 = 16^2 \quad \text{ή} \quad AH = 16.$$

β) Το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση AD του τριγώνου ABD είναι το $BH = 12$, και επειδή το εμβαδόν του είναι $(ABD) = 24$, θα έχουμε

$$(ABD) = \frac{AD \cdot BH}{2} \quad \text{ή} \quad 24 = \frac{AD \cdot 12}{2} \quad \text{ή} \quad 6AD = 24 \quad \text{ή} \quad AD = 4.$$

γ) Το τρίγωνο ΓDH είναι ορθογώνιο με κάθετες πλευρές $DH = AH - AD = 16 - 4 = 12$ και $\Gamma H = 5$.

$$\text{Επομένως το εμβαδόν του τριγώνου } \Gamma DH \text{ είναι } (\Gamma DH) = \frac{H\Gamma \cdot HD}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30.$$

ΘΕΜΑ 2 22035

α) Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ. Έχουμε διαδοχικά:

$$ΑΓ^2 = ΑΒ^2 + ΒΓ^2$$

$$ΑΓ^2 = 60^2 + 80^2$$

$$ΑΓ^2 = 3600 + 6400$$

$$ΑΓ^2 = 10000$$

Επομένως, $ΑΓ = 100 \text{ m}$.

β) Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΔΓ είναι $\hat{\Delta} = 60^\circ$. Οπότε, το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισόπλευρο με $ΑΔ = ΑΓ = ΓΔ = 100 \text{ m}$.

γ) Το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ είναι:

$$(ΑΒΓ) = \frac{1}{2} ΑΒ \cdot ΒΓ = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 80 = 2400 \text{ m}^2$$

Το εμβαδόν του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΔΓ είναι:

$$(ΑΔΓ) = \frac{ΑΓ^2 \sqrt{3}}{4} = 2500 \cdot \sqrt{3} \text{ m}^2$$

Το συνολικό εμβαδόν του κτήματος θα είναι:

$$(ΑΒΓΔ) = (ΑΒΓ) + (ΑΔΓ) = (2400 + 2500 \cdot \sqrt{3}) \text{ m}^2$$

ΘΕΜΑ 2 21823

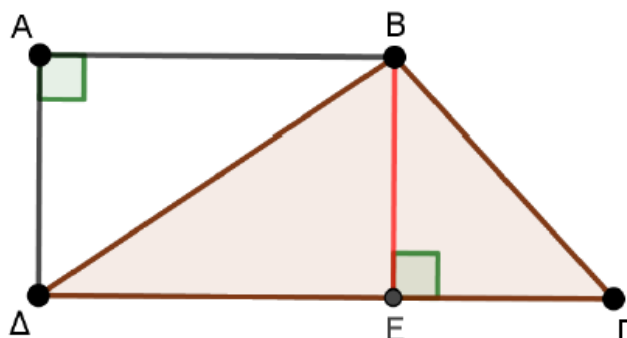
α) Από τα δεδομένα έχουμε: $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ και $ΑΔ=4$, $ΑΒ=5$, $ΔΓ=8$.

Το ΑΒΕΔ είναι ορθογώνιο (έχει τρεις γωνίες ορθές), οπότε $ΒΕ = ΑΔ = 4$ και $ΔΕ = ΑΒ = 5$. Άρα η $ΕΓ = ΔΓ - ΔΕ = 8 - 5 = 3$.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΕΓ από το πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε:

$$ΒΓ^2 = ΒΕ^2 + ΕΓ^2 \text{ ή } ΒΓ^2 = 4^2 + 3^2 \text{ ή } ΒΓ^2 = 25, \text{ άρα } ΒΓ = 5.$$

γ)



Λόγω του ερωτήματος (α) είναι:

- $(B\Delta\Gamma) = \frac{1}{2} \Delta\Gamma \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16$
- $(AB\Gamma\Delta) = \frac{AB+\Delta\Gamma}{2} \cdot A\Delta = \frac{5+8}{2} \cdot 4 = 26$

$$\text{οπότε: } \frac{(B\Delta\Gamma)}{(AB\Gamma\Delta)} = \frac{16}{26} = \frac{8}{13}.$$

ΘΕΜΑ 2 18559

α) Το τμήμα BE είναι το μισό της πλευράς BΓ, αφού η ΑΕ είναι διάμεσος στην πλευρά BΓ, άρα ΕΓ=5. Στο τρίγωνο ΑΓΕ μεγαλύτερη πλευρά του είναι η ΓΕ και θα εξετάσουμε αν το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς του ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών του. Δηλαδή αν $ΓΕ^2 = ΑΓ^2 + ΑΕ^2 \Leftrightarrow 5^2 = 4^2 + 3^2 \Leftrightarrow 25 = 16 + 9 \Leftrightarrow 25 = 25$ που ισχύει. Άρα το τρίγωνο ΑΕΓ είναι ορθογώνιο με $\widehat{ΕΑΓ} = 90^\circ$, οπότε $ΑΕ \perp ΑΓ$.

β)

- Γνωρίζουμε ότι η διάμεσος ενός τριγώνου χωρίζει το τρίγωνο σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα, άρα $(ABE) = (AGE)$.
- Το ΑΓΕ είναι ορθογώνιο τρίγωνο, άρα το εμβαδό του θα ισούται με το ημιγινόμενο των κάθετων πλευρών του, δηλαδή $(AGE) = \frac{1}{2} \cdot ΑΕ \cdot ΑΓ = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$ τ.μ.
Από το β) i. ερώτημα έχουμε ότι $(ABE) = (AGE)$, άρα $(AB\Gamma) = 2(AGE)$. Βρήκαμε ότι $(AGE) = 6$, επομένως $(AB\Gamma) = 2 \cdot 6 = 12$ τ.μ.

ΘΕΜΑ 4 22509

Από τα δεδομένα έχουμε: $AB = \Delta\Gamma = 2\alpha$, $A\Delta = B\Gamma = \alpha$, $MB = x$ και $AM = 2\alpha - x$

α) Από το ορθογώνιο τρίγωνο MBΓ έχουμε: $M\Gamma^2 = MB^2 + B\Gamma^2 = \alpha^2 + x^2$.

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΔNΓ έχουμε:

$$N\Gamma^2 = N\Delta^2 + \Delta\Gamma^2 = (2x)^2 + (2\alpha)^2 = 4x^2 + 4\alpha^2.$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο AMN έχουμε:

$$MN^2 = AN^2 + AM^2 = (\alpha + 2x)^2 + (2\alpha - x)^2 = \alpha^2 + 4x^2 + 4\alpha x + 4\alpha^2 + x^2 - 4\alpha x = 5\alpha^2 + 5x^2.$$

β) Από το α) έπεται $M\Gamma^2 + N\Gamma^2 = \alpha^2 + x^2 + 4x^2 + 4\alpha^2 = 5\alpha^2 + 5x^2 = MN^2$,

κατά συνέπεια το τρίγωνο MNΓ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα τη MN.

γ) Από τα δεδομένα και το ερώτημα α) τα τρίγωνα AMN και ΓMN είναι ορθογώνια οπότε

$$(AMN) = \frac{1}{2} AM \cdot AN = \frac{1}{2} (2\alpha - x)(\alpha + 2x) = \frac{1}{2} (2\alpha^2 + 4\alpha x - \alpha x - 2x^2) =$$

$$\frac{1}{2} (2\alpha^2 + 3\alpha x - 2x^2).$$

$$(M\Gamma N) = \frac{1}{2} M\Gamma \cdot \Gamma N = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + x^2} \cdot \sqrt{4a^2 + 4x^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4(a^2 + x^2)^2} = \frac{1}{2} \cdot 2 (a^2 + x^2) = a^2 + x^2.$$

δ) Λόγω του ερωτήματος β) έχουμε:

$$(AMN) = (M\Gamma N) \Leftrightarrow \frac{1}{2} (2a^2 + 3ax - 2x^2) = a^2 + x^2 \Leftrightarrow 2a^2 + 3ax - 2x^2 = 2a^2 + 2x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = 3ax \stackrel{x \neq 0}{\Leftrightarrow} x = \frac{3}{4} a, \text{ οπότε } AM = \frac{3}{4} a, \text{ άρα γνωστή η θέση του } M.$$

ΘΕΜΑ 4 22396

α) i) Το τρίγωνο $\Delta B\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\widehat{\Delta} = 90^\circ$,

$$AB = A\Gamma = A\Delta + \Delta\Gamma = 3 + 2 = 5$$

$$\text{και } A\Delta = 3.$$

Επομένως από το Πυθαγόρειο θεώρημα θα έχουμε

$$B\Delta^2 = AB^2 - A\Delta^2$$

$$B\Delta^2 = 5^2 - 3^2$$

$$B\Delta^2 = 16$$

$$B\Delta = 4.$$

ii) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι

$$(AB\Gamma) = \frac{A\Gamma \cdot B\Delta}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10.$$

β) i) Το τρίγωνο ABE είναι ορθογώνιο με $\widehat{A\Gamma E} = 90^\circ$, άρα για το ύψος του $B\Delta$ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα AE , θα έχουμε

$$B\Delta^2 = \Delta A \cdot \Delta E$$

$$4^2 = 3 \cdot \Delta E$$

$$\Delta E = \frac{16}{3}.$$

ii) Είναι $\Gamma E = \Delta E - \Delta\Gamma = \frac{16}{3} - 2 = \frac{10}{3}$. Το εμβαδόν του τριγώνου $B\Gamma E$ είναι

$$(B\Gamma E) = \frac{\Gamma E \cdot B\Delta}{2} = \frac{\frac{10}{3} \cdot 4}{2} = \frac{20}{3}.$$

ΘΕΜΑ 4 21183

α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με εφαρμογή του πυθαγορείου θεωρήματος έχουμε:

$$A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^2 = 4 \text{ επομένως } A\Gamma = 2.$$

β)

- i. Στο ορθογώνιο τρίγωνο AHZ είναι $AH = AD + DH = \sqrt{2} + 1$, επομένως έχουμε:

$$AZ^2 = AH^2 + HZ^2 = (\sqrt{2} + 1)^2 + 1^2 = 2 + 2\sqrt{2} + 1 + 1 = 4 + 2\sqrt{2}.$$

- ii. Είναι $EG = DG - DE = \sqrt{2} - 1$. Τότε στο ορθογώνιο τρίγωνο ZEG έχουμε:

$$ZG^2 = ZE^2 + EG^2 = 1^2 + (\sqrt{2} - 1)^2 = 1 + 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 4 - 2\sqrt{2}.$$

γ) Από το β ερώτημα προκύπτει ότι

$$AZ = \sqrt{4 + 2\sqrt{2}} \text{ και } ZG = \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$$

Στο τρίγωνο AZG με εφαρμογή του νόμου των συνημιτόνων προκύπτει

$$AG^2 = AZ^2 + ZG^2 - 2AZ \cdot ZG \cdot \sigma\upsilon\nu\omega \text{ ή}$$

$$2^2 = 4 + 2\sqrt{2} + 4 - 2\sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{4 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega \text{ ή}$$

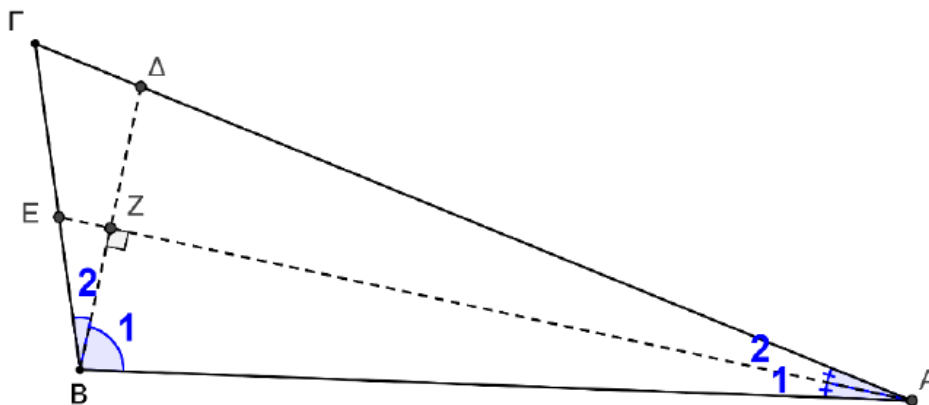
$$2 \cdot \sqrt{(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega = 4 \text{ ή}$$

$$2 \cdot \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega = 4 \text{ ή}$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ άρα } \hat{\omega} = 45^\circ.$$

ΘΕΜΑ 4 22100

α)



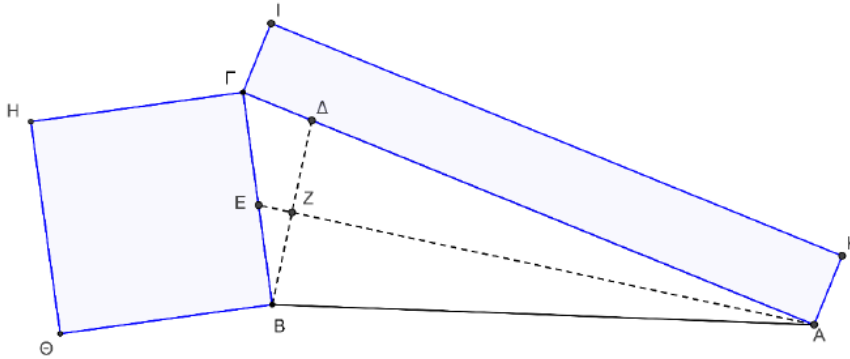
- i. Αφού η AE είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$, τότε $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \frac{\hat{A}}{2} = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$.

Επειδή το τρίγωνο BZA είναι ορθογώνιο, αφού η BD είναι κάθετη στην AE, οι γωνίες του $\hat{A}_1$ και $\hat{B}_1$ είναι συμπληρωματικές και θα ισχύει $\hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ$ με $\hat{A}_1 = 10^\circ$. Επομένως $\hat{B}_1 = 90^\circ - 10^\circ$ ή $\hat{B}_1 = 80^\circ$.

Είναι $\Gamma\hat{B}A = \hat{B} = 100^\circ$, οπότε θα είναι $\hat{B}_2 = \Gamma\hat{B}A - \hat{B}_1$ με $\hat{B}_1 = 80^\circ$. Επομένως $\hat{B}_2 = 100^\circ - 80^\circ = 20^\circ$ ή $\Gamma\hat{B}\Delta = 20^\circ$. Συνεπώς $\Gamma\hat{B}\Delta = \hat{A} = 20^\circ$.

- ii. Τα τρίγωνα $\triangle B\Delta\Gamma$ και $\triangle AB\Gamma$ έχουν $\widehat{B\Delta\Gamma} = \widehat{A}$, από το i. ερώτημα και τη γωνία $\widehat{\Gamma}$ κοινή, οπότε θα είναι όμοια γιατί έχουν δυο γωνίες τους ίσες μία προς μία. Αφού τα τρίγωνα είναι όμοια θα έχουν και τις τρίτες γωνίες τους ίσες, δηλαδή $\widehat{\Gamma\Delta B} = \widehat{AB\Gamma}$. Συνεπώς, τα ζεύγη των ομόλογων πλευρών είναι οι $\Gamma\Delta$, $B\Gamma$ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{B\Delta\Gamma}$ και $\widehat{A}$, οι $B\Delta$, AB ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τη γωνία $\widehat{\Gamma}$ (κοινή) και οι $B\Gamma$, $A\Gamma$ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{\Gamma\Delta B}$ και $\widehat{AB\Gamma}$.

β)



Έστω $B\Gamma H\Theta$ είναι το τετράγωνο με πλευρά την $B\Gamma$ και $A\Gamma K$ είναι το ορθογώνιο με διαστάσεις την $A\Gamma$ και το τμήμα $\Gamma\Delta$.

Το εμβαδόν του τετραγώνου $B\Gamma H\Theta$ είναι $(B\Gamma H\Theta) = B\Gamma^2$ και το εμβαδόν του ορθογωνίου $A\Gamma K$ είναι $(A\Gamma K) = A\Gamma \cdot \Gamma\Delta$.

Τα εμβαδά των τετραπλεύρων θα είναι ίσα αν ισχύει η σχέση;

$$B\Gamma^2 = A\Gamma \cdot \Gamma\Delta \text{ ή αν ισχύει } \frac{B\Gamma}{A\Gamma} = \frac{\Gamma\Delta}{B\Gamma} \quad (1)$$

Από το ερώτημα α) ii. τα τρίγωνα $\triangle B\Delta\Gamma$ και $\triangle AB\Gamma$ είναι όμοια, οπότε οι λόγοι των ομόλογων πλευρών τους θα είναι ίσοι, δηλαδή θα ισχύει $\frac{\Gamma\Delta}{B\Gamma} = \frac{B\Delta}{AB} = \frac{B\Gamma}{A\Gamma}$. Επομένως, θα ισχύει ότι

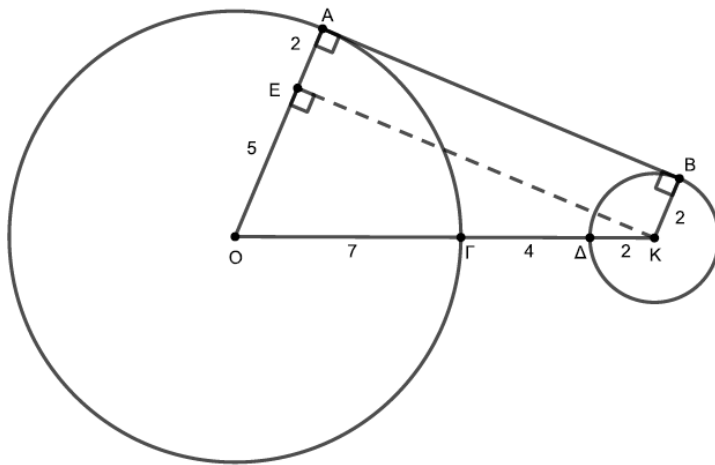
$$\frac{B\Gamma}{A\Gamma} = \frac{\Gamma\Delta}{B\Gamma}, \text{ άρα και } B\Gamma^2 = A\Gamma \cdot \Gamma\Delta.$$

Συνεπώς, ισχύει η σχέση (1), άρα τα τετράπλευρα $B\Gamma H\Theta$ και $A\Gamma K$ έχουν ίσα εμβαδά.

ΘΕΜΑ 4 18565

α)

- i. Οι ακτίνες OA και KB είναι κάθετες στο εφαπτόμενο τμήμα AB στα σημεία επαφής A και B . Το τμήμα KE είναι παράλληλο στο AB και αφού $AB \perp OA$, θα είναι και $KE \perp OA$. Άρα το τετράπλευρο $ABKE$ έχει 3 ορθές γωνίες και είναι ορθογώνιο. Επομένως $AE = KB = 2$ και $OE = OA - EA = 7 - 2 = 5$. Στο ορθογώνιο τρίγωνο OEK η υποτείνουσά του OK είναι $OK^2 = OE^2 + EK^2 = 5^2 + 2^2 = 29$. Εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε: $KE^2 = OK^2 - OE^2$ ή $KE^2 = 29 - 5^2$ ή $KE^2 = 29 - 25$ ή $KE^2 = 4$, άρα $KE = 2$. Άρα $AB = KE = 2$.



- ii. Στο τετράπλευρο ABKO είναι $OA \perp AB$ και $KB \perp AB$, άρα $OA \parallel KB$. Επίσης $OA = 7 \neq 2 = KB$, άρα οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες και άνισες, οπότε δεν είναι παραλληλόγραμμο. Άρα το ABKO είναι τραπέζιο, στο οποίο η μικρή του βάση είναι η KB, η μεγάλη βάση του η OA και το ύψος του είναι το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος AB. Οπότε $(ABKO) = \frac{KB+OA}{2} \cdot AB = \frac{2+7}{2} \cdot 12 = 54$ τ.μ.

β) Το ABKE είναι ορθογώνιο, άρα $(ABKE) = AB \cdot KB$. Επειδή $(ABKE) = 4\sqrt{14}$, έχουμε:

$4\sqrt{14} = AB \cdot 2$ άρα $AB = 2\sqrt{14}$. Από το α) ερώτημα $AB = KE$, οπότε $KE = 2\sqrt{14}$ και από το Π.Θ. στο τρίγωνο ΟΚΕ είναι: $OK^2 = OE^2 + KE^2$ ή $OK^2 = 5^2 + (2\sqrt{14})^2$, ή $OK^2 = 25 + 56$, ή $OK^2 = 81$, άρα $OK = 9$. Για το τμήμα OK ισχύει ότι $OK = O\Gamma + \Gamma\Delta + \Delta K$, ή $9 = 7 + \Gamma\Delta + 2$, δηλαδή $9 = 9 + \Gamma\Delta$, οπότε $\Gamma\Delta = 0$. Δηλαδή η διάκεντρος OK των δύο κύκλων ισούται με το άθροισμα των ακτινών τους. Άρα οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά.