

9. ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρές $AB=3\sqrt{2}$ και $AD=3$. Αν AE και ΓZ είναι ύψη των τριγώνων $AB\Delta$ και $\Gamma B\Delta$ αντίστοιχως, τότε

α) Να υπολογίσετε την διαγώνιο $B\Delta$ του ορθογωνίου. (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta E = ZB = \sqrt{3}$. (Μονάδες 9)

γ) Να αποδείξετε ότι $ZE = \Delta E = BZ$ (Μονάδες 7)

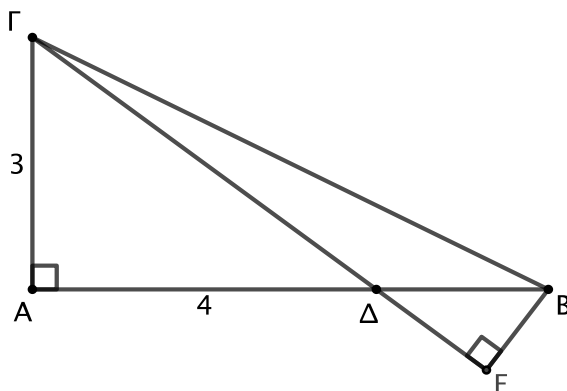
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 6$ και $A\Gamma = 3$. Θεωρούμε σημείο Δ στην πλευρά AB , τέτοιο ώστε $A\Delta = 4$. Φέρουμε την απόσταση BE της κορυφής B από την $\Gamma\Delta$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε το τμήμα $\Gamma\Delta$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $E\Delta B$ είναι όμοια. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος BE . (Μονάδες 8)

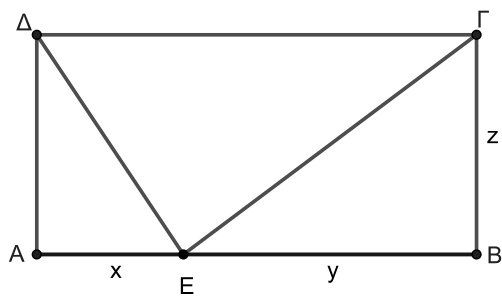


ΘΕΜΑ 2

Η περίμετρος του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι 72 και το E είναι σημείο στην πλευρά AB . Τα μήκη των τμημάτων x , y , z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2,4,3 αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $x = 8$, $y = 16$ και $z = 12$. (Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $\Gamma E\Delta$. (Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma=20$ και αντίστοιχο ύψος $A\Delta=8$.

Αν $B\Delta > \Delta\Gamma$ τότε:

α) Να υπολογίσετε το μήκος της $\Delta\Gamma$. (Μονάδες 11)

β) Αν $\Delta\Gamma=4$, να βρείτε τα μήκη των AB και $A\Gamma$ (Μονάδες 14)

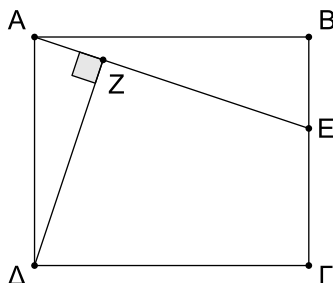
ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB = 6$ και το E σημείο της πλευράς $B\Gamma$, ώστε $BE = 2$. Έστω DZ το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο Δ προς την AE .

α) Να αποδείξετε ότι $AE = 2\sqrt{10}$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και ΔZA είναι όμοια και να γράψετε την αναλογία που προκύπτει από τους λόγους των ομόλογων πλευρών τους. (Μονάδες 9)

γ) Αν $\Delta Z = ZE$, να υπολογίσετε το μήκος του $A\Delta$. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα, τα ευθύγραμμα τμήματα AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ και ΔE έχουν μήκη αντίστοιχα

12, 16, 8 και 10, οι γωνίες $\hat{A}\hat{B}\Gamma$ και $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}E$ είναι ορθές και τα σημεία A, Γ και E ανήκουν στην ίδια ευθεία.

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AE . (Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $E\Gamma\Delta$ είναι όμοια. (Μονάδες 7)

γ) Έστω ότι το σημείο τομής των ευθειών AB και $E\Delta$ είναι το Z και ZH είναι το ύψος του τριγώνου ZAE από την κορυφή του Z . Να αποδείξετε ότι:

$$EH = 13, \quad (\text{Μονάδες } 6)$$

$$ZH = \frac{52}{3}. \quad (\text{Μονάδες } 5)$$

