

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α΄ ΒΑΘΜΟΥ

Να κάνετε τα 4 πρώτα θέματα 2 και το πρώτο θέμα 4.

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι παραστάσεις $A = |2x - 4|$ και $B = |x - 3|$.

α) Αν $2 < x < 3$, να δείξετε ότι $A = 2x - 4$.

β) Αν $2 < x < 3$, να δείξετε ότι $A + B = x - 1$.

γ) Υπάρχει $x \in (2, 3)$ ώστε να ισχύει $A + B = 2$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση $kx + 3 = 2x$ με παράμετρο $k \in \mathbb{R}$.

α) Να λύσετε την εξίσωση για $k = 1$ και για $k = 3$.

β) Να αιτιολογήσετε γιατί η εξίσωση είναι αδύνατη για $k = 2$.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση: $(a + 3)x = a^2 - 9$ με παράμετρο $a \in \mathbb{R}$.

α) Να λύσετε την εξίσωση στις παρακάτω περιπτώσεις:

i. Όταν $a = 1$.

ii. Όταν $a = -3$.

β) Να βρείτε τις τιμές του a , για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση και να προσδιορίσετε τη λύση αυτή.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παράσταση $K = |x + 1| + 2$, όπου $x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $K = \begin{cases} x + 3, & \text{αν } x \geq -1 \\ 1 - x, & \text{αν } x < -1 \end{cases}$

β)

i. Να λύσετε την εξίσωση $|x - 2| = 4$.

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης K , αν ο αριθμός x είναι λύση της παραπάνω εξίσωσης.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{x^2 - 1}{x^2 - x} \quad x \neq 0, x \neq 1$

α) Να δείξετε ότι $A = \frac{x+1}{x}$

β)

i. Να βρείτε για ποια τιμή του x η παράσταση A μηδενίζεται.

ii. Μπορεί η παράσταση A να πάρει την τιμή 2; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 1)x = 2\lambda - 2$ με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α)

- i. Να λύσετε την εξίσωση για $\lambda = -2$.
- ii. Να βρείτε την τιμή του λ , αν γνωρίζετε ότι ο αριθμός $x = 1$ είναι ρίζα της εξίσωσης.

β) Να βρείτε την τιμή του λ για την οποία η εξίσωση έχει άπειρες λύσεις.

ΘΕΜΑ 2

Αν γνωρίζουμε ότι ο x είναι πραγματικός αριθμός με $3 \leq x \leq 5$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $x - 5 \leq 0 < x - 2$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $|x - 2| - |x - 5| = 2$.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση $(|\alpha - 1| - 3)x = \alpha + 2$ (1), με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση για $\alpha = 0$ και $\alpha = 5$.

β)

- i. Να βρείτε για ποιες τιμές του α ισχύει $|\alpha - 1| = 3$.
- ii. Να λύσετε την εξίσωση (1) για τις τιμές του α που βρήκατε στο ερώτημα β)i.

ΘΕΜΑ 4

Σε έναν άξονα τα σημεία A , B και M αντιστοιχούν στους αριθμούς 5, 9 και x αντίστοιχα.

α) Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων $|x - 5|$ και $|x - 9|$.

β) Αν ισχύει $|x - 5| = |x - 9|$, τότε:

- i) Ποια γεωμετρική ιδιότητα του σημείου M αναγνωρίζετε; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- ii) Με χρήση του άξονα, να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό x που παριστάνει το σημείο M. Να επιβεβαιώσετε με αλγεβρικό τρόπο την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 4

Υποθέτουμε ότι κάθε κεφάλαιο που κατατίθεται σε έναν λογαριασμό μιας τράπεζας, αυξάνεται στο τέλος κάθε έτους κατά $\varepsilon \%$ (το επίσημο επιτόκιο αύξησης που δίνει δηλαδή η τράπεζα είναι $\varepsilon \%$).

α) Αποδείξτε ότι αν καταθέσουμε στη συγκεκριμένη τράπεζα κεφάλαιο x € με επιτόκιο ε %, ύστερα από δύο έτη θα εισπράξουμε κεφάλαιο $x \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{100}\right)^2$ €.

β) Ένα κεφάλαιο 15.000 € το χωρίζουμε σε δύο ποσά. Το ένα από τα δύο, κατατέθηκε σε μια τράπεζα Α με επιτόκιο 2% και το άλλο, κατατέθηκε σε μια άλλη τράπεζα Β με επιτόκιο 3%. Ύστερα από 2 χρόνια, εισπράχθηκε, με βάση το α) ερώτημα, και από τις δύο τράπεζες συνολικό κεφάλαιο 15.811 €. Ονομάζουμε y το ποσό που κατατέθηκε στην τράπεζα Β.

i) Να αποδείξετε ότι το ποσό y είναι λύση της εξίσωσης

$$(1,03^2 - 1,02^2) \cdot y = 15811 - 15000 \cdot 1,02^2$$

ii) Να βρείτε το κεφάλαιο που κατατέθηκε σε κάθε τράπεζα.