



Η συνάρτηση $f(x)=\alpha x+\beta$

Άλγεβρα Α Λυκείου



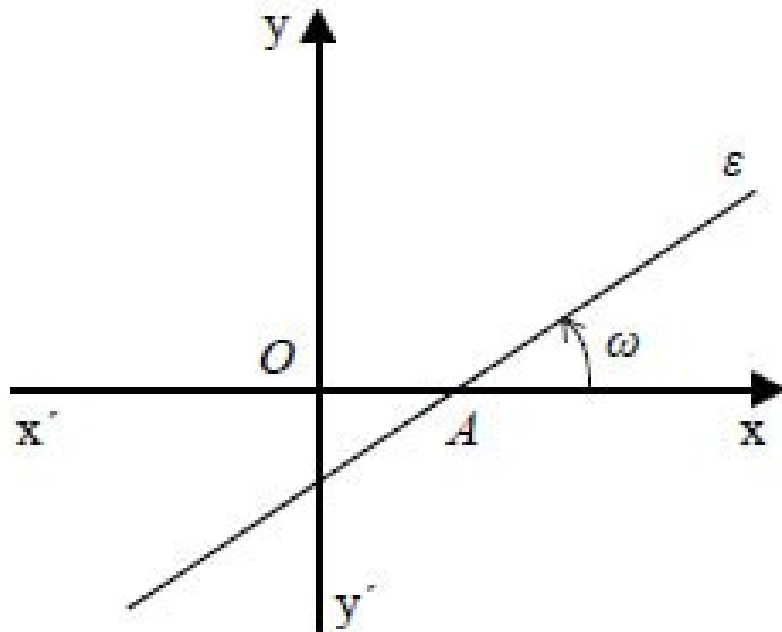
Η συνάρτηση $f(x)=ax+\beta$



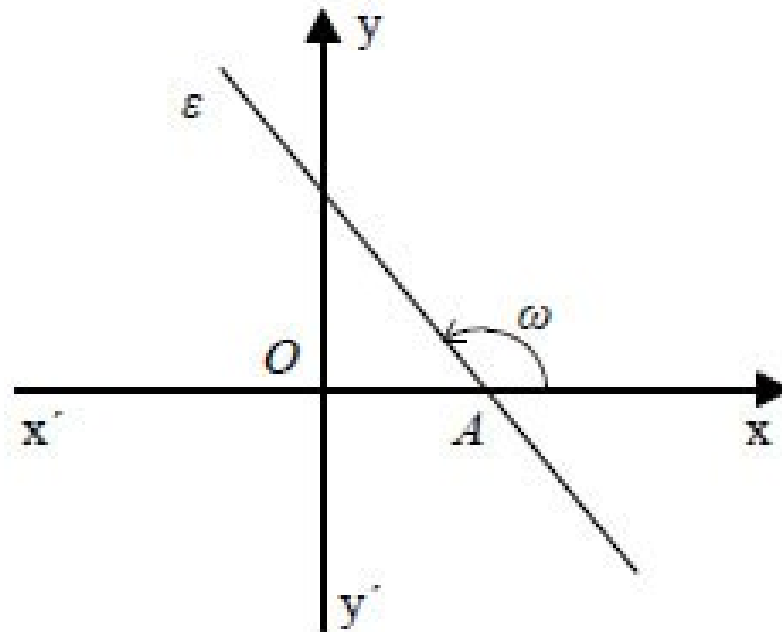
- Παριστάνει μια ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(0,\beta)$ του άξονα $y'y$.
- Το a λέγεται κλίση της ευθείας και ισούται με την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία με τον $x'x$
- $Af = \mathbb{R}$
- Αν το $\beta=0$: Η συνάρτηση $f(x)=ax$ είναι μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
 - Αν το $a>0$: τότε η ευθεία βρίσκεται στο 1ο και 3ο τεταρτημόριο
 - Αν το $a<0$: τότε η ευθεία βρίσκεται στο 2ο και 4ο τεταρτημόριο

Γραφική παράσταση ευθείας $f(x)=\alpha x+\beta$

- $\alpha > 0$

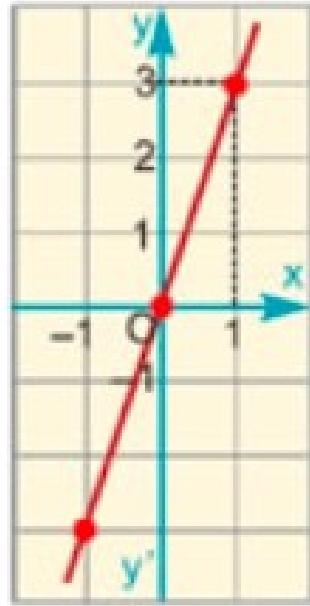


- $\alpha < 0$

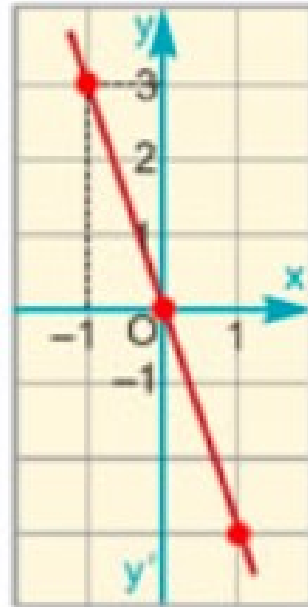


Γραφική παράσταση ευθείας $f(x)=\alpha x$

$\alpha > 0$



$\alpha < 0$



ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΜΕ ΤΙΣ ΕΦΩ

Όταν το $\alpha=0$ η ευθεία έχει εξίσωση $y=\beta$ και είναι παράλληλη στον $x'x$

Γωνία ω με τον $x'x$	$\alpha=\epsilon\phi\omega$
0	0
30	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45	1
60	$\sqrt{3}$
90	Δεν ορίζεται
120	$-\sqrt{3}$
135	-1
150	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$



$$Y=2$$

Όταν το α δεν ορίζεται η ευθεία έχει εξίσωση $x=k$ και είναι παράλληλη στον $y'y$

1. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ η ευθεία:

i) $y = x + 2$

ii) $y = \sqrt{3}x - 1$

iii) $y = -x + 1$

iv) $y = -\sqrt{3}x + 2.$

ΣΧΕΤΙΚΗ ΘΕΣΗ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΩΝ



- Αν δύο ευθείες έχουν διαφορετική κλίση τότε οι ευθείες τέμνονται

πχ. $\varepsilon_1: y=3x+7$ και $\varepsilon_2: y=5x-1$ $\alpha_1 \neq \alpha_2$ άρα $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ τέμνονται

- Αν δύο ευθείες έχουν την ίδια κλίση τότε οι ευθείες είναι παράλληλες:

πχ. $\varepsilon_1: y=3x+7$ και $\varepsilon_2: y=3x-1$ $\alpha_1 = \alpha_2 = 3$ άρα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$

ΣΧΕΤΙΚΗ ΘΕΣΗ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΩΝ



- Αν δύο ευθείες έχουν την ίδια κλίση και το ίδιο β τότε οι ευθείες είναι ταυτίζονται :
- πχ. $\varepsilon_1: y=3x+7$ και $\varepsilon_2: 2y=6x-2$ $\alpha_1=\alpha_2=3$ άρα $\varepsilon_1 \equiv \varepsilon_2$
-
- Αν $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = -1$ τότε οι ευθείες είναι κάθετες μεταξύ τους.
- πχ. $\varepsilon_1: y=2x-5$ και $\varepsilon_2: y=-1/2x+1$ $\alpha_1=2$ και $\alpha_2=-1/2$
 $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = 2 \cdot (-1/2) = -1$ άρα $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ κάθετες

Αν ξέρω δύο σημεία μιας ευθείας ϵ πχ $A(x_1, y_1)$
και $B(x_2, y_2)$ τότε:

Η κλίση δίνεται από τον τύπο:

$$\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

και το β το βρίσκω κάνοντας αντικατάσταση τις
συντεταγμένες ενός από τα σημεία

3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία:

- i. Έχει κλίση $\alpha = -1$ και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $B(0,2)$.
- ii. Σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$ και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $B(0,1)$.
- iii. Είναι παράλληλη με την ευθεία $y = 2x - 3$ και διέρχεται από το σημείο $A(1,1)$.

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία:

i) $A(1,2)$ και $B(2,3)$

ii) $A(1,2)$ και $B(2,1)$

iii) $A(2,1)$ και $B(-1,1)$

iv) $A(1,3)$ και $B(2,1)$.

13054. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = (3a + 4)x - 4$ και $\varepsilon_2 : y = (3 - 4a)x + 4$, $a \in \mathbb{R}$.

α) Αν $a=1$, να βρείτε:

i. Τις εξισώσεις των ευθειών.

ii. Το είδος της γωνίας που σχηματίζει καθεμιά από τις ευθείες με τον άξονα $x'x$.

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του a οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι παράλληλες.

12684. Η ευθεία (ε_1) έχει εξίσωση $y = -\frac{1}{2}x - 2$ και μια ευθεία (ε_2)

διέρχεται από το σημείο $A(-4, 1)$ και είναι παράλληλη στην (ε_1) .

α) Να γράψετε την κλίση της ευθείας (ε_1) και το σημείο τομής της ευθείας αυτής με τον άξονα $y'y$.

β) Να βρείτε την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία (ε_2) με τον άξονα $x'x$.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε_2) . Ποια είναι τα σημεία τομής της ευθείας αυτής με τους άξονες;

13033. Δίνεται η ευθεία (ε): $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

α) i. Να βρείτε την κλίση της ευθείας (ε).

ii. Είναι οξεία ή αμβλεία η γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τον $x'x$ άξονα;

β) Να εξετάσετε ποια από τα σημεία $A(6, 1)$, $B(-2, 3)$ και $\Gamma(8, 0)$ είναι σημεία της ευθείας (ε).

γ) Να βρείτε την τιμή του $k \in \mathbb{R}$ ώστε το σημείο $(k, 5)$ να είναι σημείο της ευθείας (ε).

21239. Η ευθεία $y = ax + \beta$ με $a, \beta \in \mathbb{R}$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0, -2)$ και διέρχεται από το σημείο $B(-2, -4)$.

α) Να βρείτε τους αριθμούς a , β .

β) Για $a = 1$ και $\beta = -2$, να βρείτε για ποιες τιμές του x η ευθεία βρίσκεται κάτω από τον $x'x$ άξονα.

14575. Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x - 3}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f .

β) Να αποδείξετε ότι $f(x) = x$, για κάθε $x \in A$.

γ) Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

7. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f που είναι ορισμένη σε όλο το \mathbb{R} και η ευθεία $y = x$.

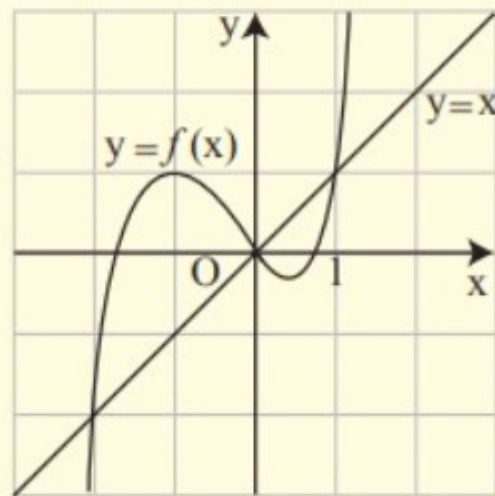
Να λύσετε γραφικά:

i) Τις εξισώσεις:

$$f(x) = 1 \text{ και } f(x) = x .$$

ii) Τις ανισώσεις:

$$f(x) < 1 \text{ και } f(x) \geq x .$$





This work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported License. It makes use of the works of Mateus Machado Luna.

