

8. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$\text{ii)} \quad \frac{|x|+1}{2} - \frac{2|x|}{3} > \frac{1-|x|}{3}.$$

$$\frac{|x|+1}{2} - \frac{2|x|}{3} > \frac{1-|x|}{3} \Leftrightarrow 3(|x|+1) - 4|x| > 2(1-|x|)$$

$$\Leftrightarrow 3|x| + 3 - 4|x| > 2 - 2|x|$$

$$\Leftrightarrow 3|x| - 4|x| + 2|x| > 2 - 3$$

$$\Leftrightarrow |x| > -1 \text{ που αληθεύει για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

4.2 ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2ου ΒΑΘΜΟΥ

Μορφές τριωνύμου

Η παράσταση $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ λέγεται **τριώνυμο 2ου βαθμού** ή, πιο απλά, **τριώνυμο**.

Η διακρίνουσα Δ της αντίστοιχης εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ λέγεται και **διακρίνουσα**

του τριωνύμου. Οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, δηλαδή οι $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ και

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ ονομάζονται και **ρίζες του τριωνύμου**.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω συμπεράσματα για τις μορφές του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ με διακρίνουσα Δ έχουμε:

- Αν $\Delta > 0$, τότε:

$$ax^2 + bx + \gamma = a(x - x_1)(x - x_2),$$

όπου x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου.

- Αν $\Delta = 0$, τότε:

$$ax^2 + bx + \gamma = a\left(x + \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2.$$

- Αν $\Delta < 0$, τότε:

$$ax^2 + bx + \gamma = a\left[\left(x + \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2 + \frac{|\Delta|}{4\alpha^2}\right].$$

Πρόσημο των τιμών του τριωνύμου

Για να μελετήσουμε το πρόσημο των τιμών του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$, θα χρησιμοποιήσουμε τις μορφές του ανάλογα με τη διακρίνουσα.

Το τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ γίνεται:

- **Ετερόσημο του a** , μόνο όταν είναι $\Delta > 0$ και για τις τιμές του x , που βρίσκονται μεταξύ των ριζών.
- **Μηδέν**, όταν η τιμή του x είναι κάποια από τις ρίζες του τριωνύμου.
- **Ομόσημο του a** σε κάθε άλλη περίπτωση.

Ανισώσεις της μορφής $ax^2 + bx + \gamma > 0$ ή $ax^2 + bx + \gamma < 0$

Τα προηγούμενα συμπεράσματα χρησιμοποιούνται στην επίλυση ανισώσεων της μορφής $ax^2 + bx + \gamma > 0$ ή $ax^2 + bx + \gamma < 0$, $a \neq 0$, τις οποίες ονομάζουμε **ανισώσεις δευτέρου βαθμού**. Ο τρόπος επίλυσης αυτών φαίνεται στα παρακάτω παραδείγματα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2ο

Να λυθεί η ανίσωση $2x^2 - 3x - 2 \leq 0$.

ΛΥΣΗ

Ζητάμε τις τιμές του x , που είναι λύσεις της ανίσωσης $2x^2 - 3x - 2 < 0$ ή ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 3x - 2 = 0$. Επομένως σύμφωνα με το 1ο παράδειγμα οι λύσεις της ανίσωσης $2x^2 - 3x - 2 \leq 0$ είναι τα $x \in \mathbb{R}$, με $-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$, δηλαδή τα $x \in \left[-\frac{1}{2}, 2\right]$. Οι λύσεις αυτές εποπτικά φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Για το επόμενο μάθημα: Ασκ Α' Ομάδας 1, 3 (σελ. 112)