

2. Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $x^3 + 125 = 0$

ii) $x^5 + 243 = 0$

iii) $x^7 + 1 = 0$.

$$\begin{aligned}x^3 + 125 &= 0 \Leftrightarrow \\x^3 &= -125 \Leftrightarrow \\x &= -\sqrt[3]{125} \Leftrightarrow \\x &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^5 + 243 &= 0 \Leftrightarrow \\x^5 &= -243 \Leftrightarrow \\x &= -\sqrt[5]{243} \Leftrightarrow \\x &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^7 + 1 &= 0 \Leftrightarrow \\x^7 &= -1 \Leftrightarrow \\x &= -\sqrt[7]{1} \Leftrightarrow \\x &= -1\end{aligned}$$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $x^2 - 64 = 0$

ii) $x^4 - 81 = 0$

iii) $x^6 - 64 = 0$.

$$\begin{aligned}x^2 - 64 &= 0 \Leftrightarrow \\x^2 &= 64 \Leftrightarrow \\x &= \pm\sqrt{64} \Leftrightarrow \\x &= \pm 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^4 - 81 &= 0 \Leftrightarrow \\x^4 &= 81 \Leftrightarrow \\x &= \pm\sqrt[4]{81} \Leftrightarrow \\x &= \pm 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^6 - 64 &= 0 \Leftrightarrow \\x^6 &= 64 \Leftrightarrow \\x &= \pm\sqrt[6]{64} \Leftrightarrow \\x &= \pm 2\end{aligned}$$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $x^5 - 8x^2 = 0$

ii) $x^4 + x = 0$

iii) $x^5 + 16x = 0$.

$$\begin{aligned}x^5 - 8x^2 &= 0 \Leftrightarrow \\x^2(x^3 - 8) &= 0 \Leftrightarrow \\\begin{cases} x^2 = 0 \\ x^3 - 8 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \\\begin{cases} x = 0 \\ x^3 = 8 \end{cases} &\Leftrightarrow \\\begin{cases} x = 0 \\ x^3 = 8 \end{cases} &\Leftrightarrow \\\begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt[2]{8} \end{cases} &\Leftrightarrow \\\begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^4 + x &= 0 \Leftrightarrow \\x(x^3 + 1) &= 0 \Leftrightarrow \\\begin{cases} x = 0 \\ x^3 + 1 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \\\begin{cases} x = 0 \\ x^3 = -1 \end{cases} &\Leftrightarrow \\\begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt[3]{1} \end{cases} &\Leftrightarrow \\\begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} &\Leftrightarrow\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^5 + 16x &= 0 \Leftrightarrow \\x(x^4 + 16) &= 0 \Leftrightarrow \\\begin{cases} x = 0 \\ x^4 + 16 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \\\begin{cases} x = 0 \\ x^4 = -16 \end{cases} &\end{aligned}$$

ΑΔΥΝΑΤΗ

3.3 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2ου ΒΑΘΜΟΥ

Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$

Η λύση πολλών προβλημάτων της Γεωμετρίας, της Φυσικής καθώς και άλλων επιστημών ανάγεται στην επίλυση μιας εξίσωσης της μορφής:

$$ax^2 + bx + \gamma = 0, \text{ με } a \neq 0 \quad (1)$$

η οποία λέγεται εξίσωση **δευτέρου βαθμού**.

Αρχικά, θα λύσουμε την παρακάτω εξίσωση με τη μέθοδο της «**συμπλήρωσης του τετραγώνου**»

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}x + 6 = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = -6 + \frac{25}{4}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = -\frac{24}{4} + \frac{25}{4}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\begin{cases} x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \\ x - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \\ x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{6}{2} = 3 \\ x = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$