

5. Αν $x \neq 0$ και $y \neq 0$, να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει η παράσταση

$$A = \frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y}.$$

• Αν $x > 0, y > 0$: $A = \frac{x}{x} + \frac{y}{y} = 1 + 1 = 2$

• Αν $x > 0, y < 0$: $A = \frac{x}{x} - \frac{y}{y} = 1 - 1 = 0$

• Αν $x < 0, y < 0$: $A = -\frac{x}{x} - \frac{y}{y} = -1 - 1 = -2$

• Αν $x < 0, y > 0$: $A = -\frac{x}{x} + \frac{y}{y} = -1 + 1 = 0$

Για $x \in \mathbb{R}$, $\vartheta > 0$ λογύει ότι: $|x| \leq \vartheta \Leftrightarrow -\vartheta \leq x \leq \vartheta$

$$|x| < \vartheta \Leftrightarrow -\vartheta < x < \vartheta$$

$$|x| \geq \vartheta \Leftrightarrow \{x \geq \vartheta \text{ ή } x \leq -\vartheta\}$$

$$|x| > \vartheta \Leftrightarrow \{x > \vartheta \text{ ή } x < -\vartheta\}$$

Παράδειγμα $|x| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2 \text{ ή } x \in [-2, 2]$

$$|x| > 4 \Leftrightarrow x > 4 \text{ ή } x < -4 \text{ ή } x \in (-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$$

$$|x-1| < 3 \Leftrightarrow -3 < x-1 < 3 \Leftrightarrow 1-3 < x-1+1 < 3+1 \Leftrightarrow -2 < x < 4 \text{ ή } x \in (-2, 4)$$

$$|x-1| \geq 5 \Leftrightarrow \{x-1 \geq 5 \text{ ή } x-1 \leq -5\} \Leftrightarrow \{x \geq 6 \text{ ή } x \leq -4\} \\ \text{ή } x \in (-\infty, -4] \cup [6, +\infty)$$

7. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα όπως δείχνει η πρώτη γραμμή του.

ΠΙΝΑΚΑΣ		
Απόλυτη Τιμή	Απόσταση	Διάστημα ή ένωση διαστημάτων
$ x - 4 \leq 2$	$d(x, 4) \leq 2$	$[2, 6]$
$ x + 3 < 4$	$d(x, -3) < 4$	$(-7, 1)$
$ x - 4 > 2$	$d(x, 4) > 2$	$(-\infty, 2) \cup (6, +\infty)$
$ x + 3 \geq 4$	$d(x, -3) \geq 4$	$(-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$
$ x - 5 < 1$	$d(x, 5) < 1$	$(4, 6)$
$ x + 1 > 2$	$d(x, -1) > 2$	$(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$
$ x - 5 \geq 1$	$d(x, 5) \geq 1$	$(-\infty, 4] \cup [6, +\infty)$
$ x + 1 \leq 2$	$d(x, -1) \leq 2$	$[-3, 1]$
$ x < 2$	$d(x, 0) < 2$	$(-2, 2)$
$ x + 2 \leq 3$	$d(x, -2) \leq 3$	$[-5, 1]$
$ x \geq 2$	$d(x, 0) \geq 2$	$(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
$ x + 2 > 3$	$d(x, -2) > 3$	$(-\infty, -5) \cup (1, +\infty)$

$$|x + 3| < 4 \Leftrightarrow -4 < x + 3 < 4 \Leftrightarrow -4 - 3 < x + 3 - 3 < 4 - 3 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -7 < x < 1 \quad \text{ή} \quad x \in (-7, 1)$$