Το άθροισμα των πρώτων ν όρων αριθμητικής προόδου (α_ν) με διαφορά ω είναι

$$S_\nu = \frac{\nu}{2}(\alpha_1 + \alpha_\nu).$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ*

Έχουμε: $S_\nu = \alpha_1 + (\alpha_1 + \omega) + (\alpha_1 + 2\omega) + \ldots + [\alpha_1 + (\nu - 2)\omega] + [\alpha_1 + (\nu - 1)\omega]$

και $S_\nu = \alpha_\nu + (\alpha_\nu - \omega) + (\alpha_\nu - 2\omega) + \ldots + [\alpha_\nu - (\nu - 2)\omega] + [\alpha_\nu - (\nu - 1)\omega]$

Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις παραπάνω ισότητες έχουμε:

$$2S_\nu = (\alpha_1 + \alpha_\nu) + (\alpha_1 + \alpha_\nu) + (\alpha_1 + \alpha_\nu) + \ldots + (\alpha_\nu + \alpha_1) + (\alpha_\nu + \alpha_1)$$

ή $2S_\nu = \nu(\alpha_1 + \alpha_\nu)$. Άρα $S_\nu = \dfrac{\nu}{2}(\alpha_1 + \alpha_\nu)$.

Επειδή $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega$, ο τύπος $S_\nu = \dfrac{\nu}{2}(\alpha_1 + \alpha_\nu)$ γράφεται:

$$S_\nu = \frac{\nu}{2}[2\alpha_1 + (\nu - 1)\omega]$$