4. i) Ο $5^{ος}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι -5 και ο $15^{ος}$ όρος της είναι -2. Να βρείτε τον $50^{ο}$ όρο της προόδου.

ii) Αν σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_7 = 55$ και $\alpha_{22} = 145$, να βρείτε τον α_{18}.

4. i) Έχουμε το σύστημα $\begin{cases} \alpha_1 + 4\omega = -5 \\ \alpha_1 + 14\omega = -2 \end{cases}$

από τη λύση του συστήματος βρίσκουμε ότι

$$\omega = \frac{3}{10} = 0{,}3 \text{ και } \alpha_1 = -6{,}2$$

Άρα $\alpha_{50} = \alpha_1 + 49\omega = -6{,}2 + 49 \cdot 0{,}3 = 8{,}5$.

ii) Ομοίως έχουμε $\begin{cases} \alpha_1 + 6\omega = 55 \\ \alpha_1 + 21\omega = 145 \end{cases}$

οπότε $\omega = 6$ και $\alpha_1 = 19$

Άρα $\alpha_{18} = \alpha_1 + 17\omega = 19 + 17 \cdot 6 = \mathbf{121}$.

5. i) Ποιος όρος της αριθμητικής προόδου με $\alpha_1 = 2$ και $\omega = 5$ ισούται με 97;

ii) Ποιος όρος της αριθμητικής προόδου με $\alpha_1 = 80$ και $\omega = -3$ ισούται με -97;

5. i) Ισχύει $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega$, οπότε

$$97 = 2 + (\nu - 1)5 \Leftrightarrow 2 + (\nu - 1)5 = 97$$
$$\Leftrightarrow 5\nu = 100 \Leftrightarrow \nu = 20.$$

Επομένως ο ζητούμενος όρος είναι ο α_{20}, δηλαδή ο 20ός.

ii) Ισχύει $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega$, οπότε

$$-97 = 80 + (\nu - 1)(-3) \Leftrightarrow 80 + (\nu - 1)(-3) = -97$$
$$\Leftrightarrow -3\nu = -180 \Leftrightarrow \nu = 60$$

Άρα ο ζητούμενος όρος είναι ο $\boldsymbol{\alpha_{60}}$.

9. Να βρείτε το άθροισμα των πρώτων 80 όρων των αριθμητικών προόδων:

i) $2, -1, -4, \dots$ **ii)** $-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}, \dots$

9. i) Έχουμε $\alpha_1 = 2$, $\omega = -3$ και $\nu = 80$, οπότε

$$S = \frac{80}{2} \cdot [2 \cdot 2 + (80-1)(-3)] = 40 \cdot (-233) = \mathbf{-9320}$$

ii) Έχουμε $\alpha_1 = -\frac{1}{3}$, $\omega = \frac{2}{3}$ και $\nu = 80$, οπότε

$$S = \frac{80}{2} \cdot [2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + (80-1) \cdot \frac{2}{3}] = 40 \cdot 52 = \mathbf{2080}.$$

10. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

i) $1+5+9+\dots+197$ **ii)** $9+12+15+\dots+90$ **iii)** $-7-10-13-\dots-109$.

10. Καθένα από τα αθροίσματα είναι άθροισμα διαδοχικών όρων αριθμητικής προόδου.

i) Έχουμε $\alpha_1 = 1$, $\alpha_\nu = 197$ και $\omega = 4$.

Ισχύει $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu-1)\omega$ οπότε $197 = 1 + (\nu-1)\cdot 4$ ή $\nu = 50$. Επομένως

$$S = \frac{\nu}{2}(\alpha_1 + \alpha_\nu) = \frac{50}{2}(1+197) = \mathbf{4950}.$$

ii) Έχουμε $\alpha_1 = 9$, $\omega = 3$, $\alpha_\nu = 90$. Από τον τύπο $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu-1)\omega$ έχουμε $90 = 9 + (\nu-1)\cdot 3$ ή $\nu = 28$.

Επομένως

$$S_{28} = \frac{28}{2}(9+90) = 14 \cdot 99 = \mathbf{1386}.$$

iii) Έχουμε $\alpha_1 = -7$, $\omega = -3$, και $\alpha_\nu = -109$. Από τον τύπο $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu-1)\omega$ έχουμε $-109 = -7 + (\nu-1)(-3)$ ή $\nu = 35$.

Επομένως

$$S_{35} = \frac{35}{2}(-7-109) = \frac{35}{2} \cdot (-116) = \mathbf{-2030}.$$