

1. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$\text{i)} \frac{x-1}{2} + \frac{2x+3}{4} < \frac{x}{6} \qquad \text{ii)} \frac{x-12}{2} + \frac{x}{2} + \frac{3}{4} > x \qquad \text{iii)} \frac{x-2}{2} + \frac{1-2x}{5} < \frac{x}{10} - \frac{2}{5}.$$

$$\text{i)} \frac{x-1}{2} + \frac{2x+3}{4} < \frac{x}{6} \Leftrightarrow 6(x-1) + 3(2x+3) < 2x$$

$$\Leftrightarrow 6x - 6 + 6x + 9 < 2x \Leftrightarrow 6x + 6x - 2x < 6 - 9$$

$$\Leftrightarrow 10x < -3 \Leftrightarrow x < -\frac{3}{10}.$$

$$\text{ii)} \frac{x-12}{2} + \frac{x}{2} + \frac{3}{4} > x \Leftrightarrow 2(x-12) + 2x + 3 > 4x$$

$$\Leftrightarrow 2x - 24 + 2x + 3 > 4x$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2x - 4x > 24 - 3 \Leftrightarrow 0x > 21 \text{ αδύνατη.}$$

$$\text{ii)} \frac{x-2}{2} + \frac{1-2x}{5} < \frac{x}{10} - \frac{2}{5} \Leftrightarrow 5x - 10 + 2 - 4x < x - 4$$

$$\Leftrightarrow 5x - 4x - x < 10 - 2 - 4$$

$$\Leftrightarrow 0x < 4 \text{ που αληθεύει για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

4. Να βρείτε τα $x \in \mathbb{Z}$ για τα οποία συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$$2x - \frac{x-1}{8} > x \text{ και } x - 4 + \frac{x+1}{2} < 0.$$

$$\bullet \ 2x - \frac{x-1}{8} > x \Leftrightarrow 16x - x + 1 > 8x \Leftrightarrow 16x - x - 8x > -1$$

$$\Leftrightarrow 7x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{7}.$$

$$\bullet \ x - 4 + \frac{x+1}{2} < 0 \Leftrightarrow 2x - 8 + x + 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + x < 8 - 1 \Leftrightarrow 3x < 7 \Leftrightarrow x < \frac{7}{3}.$$

Οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x \in \left(-\frac{1}{7}, \frac{7}{3}\right)$. Οι ακέραιες τιμές του x στο διάστημα αυτό είναι οι 0, 1, 2.

8. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$\textbf{i)} \quad \frac{|x-1|-4}{2} + \frac{5}{3} < \frac{|x-1|}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \frac{|x-1|-4}{2} + \frac{5}{3} < \frac{|x-1|}{3} &\Leftrightarrow 3(|x-1|-4) + 10 < 2|x-1| \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 3|x-1| - 12 + 10 < 2|x-1| \Leftrightarrow |x-1| < 2 \\ &\Leftrightarrow -2 < x-1 < 2 \Leftrightarrow -1 < x < 3. \text{ Άρα } x \in (-1, 3). \end{aligned}$$

Για το επόμενο μάθημα Ασκ. Α' Ομάδας 8 (ii) (σελ. 104)