Ερωτήσεις Κατανόησης **(Σελ. 63)**

1. *Χαρακτηρίστε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμία από τις επόμενες προτάσεις:*

i) *Η εξωτερική γωνία* $\hat{A}_{εξ}$ *τριγώνου ΑΒΓ είναι μεγαλύτερη από τη* $\hat{Γ}$. ☒ Σ ☐ Λ

ii) *Η εξωτερική γωνία* $\hat{B}_{εξ}$ *τριγώνου ΑΒΓ είναι μικρότερη από τη* $\hat{Γ}$. ☐ Σ ☒ Λ

iii) *Το άθροισμα δύο γωνιών ενός τριγώνου είναι 180°.* ☐ Σ ☒ Λ

iv) *Αν* $β > γ$ *(σε τρίγωνο ΑΒΓ), τότε* $\hat{B} = \hat{Γ}$ *και αντίστροφα.* ☐ Σ ☒ Λ

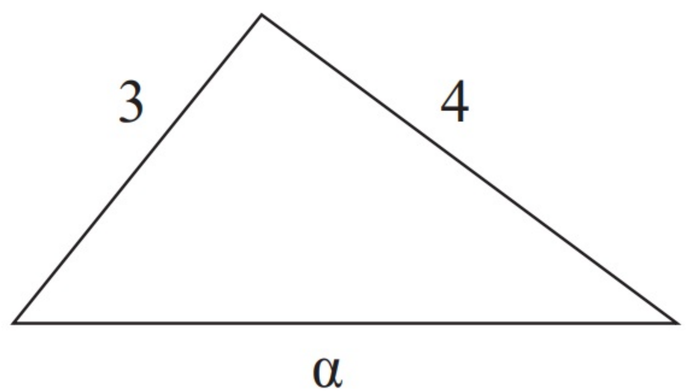
v) *Αν* $β = γ$ *(σε τρίγωνο ΑΒΓ), τότε* $\hat{B} = \hat{Γ}$ *και αντίστροφα.* ☒ Σ ☐ Λ

2. *Για το τρίγωνο του παρακάτω σχήματος ισχύει:*

α. $\alpha = 7$ *β.* $\alpha = 1$

γ. $1 < \alpha < 7$ *δ.* $\alpha > 7$ *ε.* $0 < \alpha < 1$.

Κυκλώστε το γράμμα της σωστής απάντησης και αιτιολογήστε την απάντησή σας.



από τριγωνική ανισότητα

$4-3 < \alpha < 4+3$

$1 < \alpha < 7$

3. *Υπάρχει τρίγωνο ΑΒΓ με* $\alpha = \frac{\gamma}{3}$ *και* $\beta = \frac{3\gamma}{5}$;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Για να υπάρχει τρίγωνο με αυτές τις πλευρές πρέπει:

$$\gamma - \beta < \alpha < \beta + \gamma \Leftrightarrow$$

$$\gamma - \frac{3\gamma}{5} < \frac{\gamma}{3} < \frac{3\gamma}{5} + \gamma \Leftrightarrow$$

$$\frac{5\gamma}{5} - \frac{3\gamma}{5} < \frac{\gamma}{3} < \frac{3\gamma}{5} + \frac{5\gamma}{5} \Leftrightarrow$$

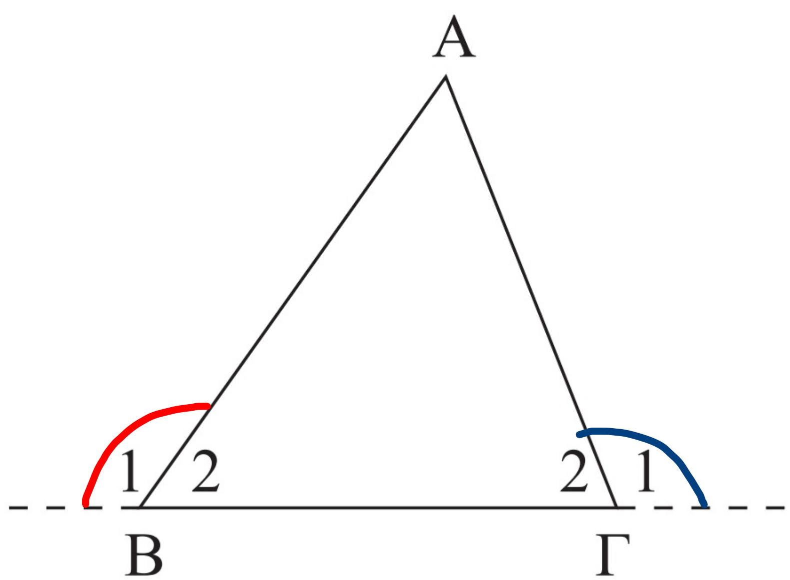
$$\frac{2\gamma}{5} < \frac{\gamma}{3} < \frac{8\gamma}{5} \Leftrightarrow 15 \cdot \frac{2\gamma}{5} < 15 \cdot \frac{\gamma}{3} < 15 \cdot \frac{8\gamma}{5} \Leftrightarrow$$

$$3 \cdot 2\gamma < 5\gamma < 3 \cdot 8\gamma \Leftrightarrow \underbrace{6\gamma < 5\gamma}_{\text{ΑΤΟΠΟ}} < 24\gamma$$

άρα δεν υπάρχει τέτοιο τρίγωνο.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. *Στο παρακάτω σχήμα είναι* $\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_1$.
Να αποδείξετε ότι $\hat{B}_1 > 90°$.



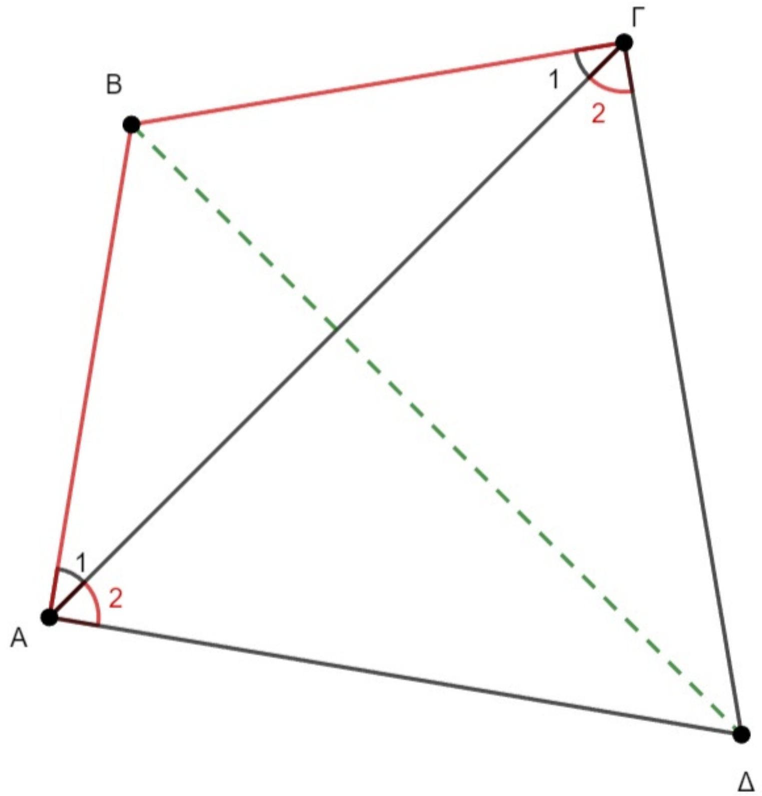
$\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_1$ (Υπόθ)

$\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_2$ (Θεωρία) +

$$2\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_1 + \hat{\Gamma}_2 \Longleftrightarrow 2\hat{B}_1 > 180° \Longleftrightarrow \frac{2\hat{B}_1}{2} > \frac{180°}{2}$$

$$\Longleftrightarrow \hat{B}_1 > 90°$$

2. *Αν σε κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ ισχύουν $AB = B\Gamma$ και $\hat{A} = \hat{\Gamma}$, να αποδείξετε ότι $A\Delta = \Gamma\Delta$. Τι συμπεραίνετε για τη ΒΔ;*



Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε $AB = B\Gamma$, άρα $\hat{A}_1 = \hat{\Gamma}_1$.

Επειδή $\hat{A} = \hat{\Gamma}$, έχουμε ότι: $\hat{A}_2 = \hat{A} - \hat{A}_1 = \hat{\Gamma} - \hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2$

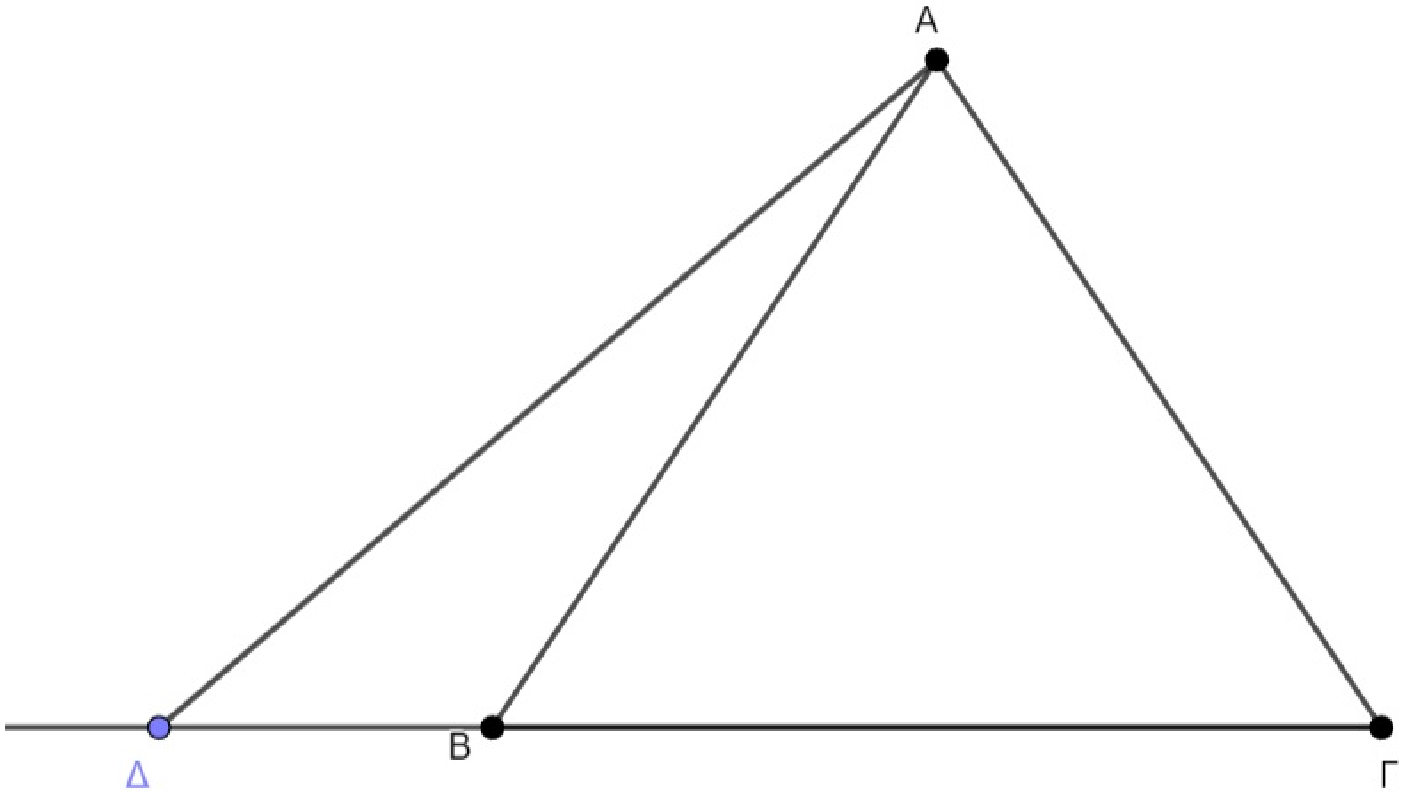
Εφόσον στο τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ έχουμε $\hat{A}_2 = \hat{\Gamma}_2$, ισχύει ότι $A\Delta=\Gamma\Delta$.

Τέλος, επειδή $BA=B\Gamma$ το σημείο B ανήκει στη μεσοκάθετο
του τμήματος $A\Gamma$
και επειδή $\Delta A=\Delta\Gamma$ το σημείο Δ ανήκει στη μεσοκάθετο
του τμήματος $A\Gamma$,
άρα η $B\Delta$ είναι η μεσοκάθετος του $A\Gamma$.

3. *Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B}=\hat{\Gamma}$.*

i) Τι είδους γωνία είναι η $\hat{B}$;

ii) Να αποδείξετε ότι το ύψος από την κορυφή Α τέμνει την ευθεία ΒΓ, σε εσωτερικό σημείο της πλευράς ΒΓ.



i) Επειδή $\hat{B} = \hat{\Gamma}$, έχουμε ότι $\hat{B} < 90°$, αφού σε ένα τρίγωνο δεν μπορεί να υπάρχουν παραπάνω από μία ορθές ή αμβλείες γωνίες.

ii) Έστω ότι το ύψος από την κορυφή A βρίσκεται έκτος του ευθυγράμμου τμήματος $B\Gamma$. Τότε $\hat{\Delta} = 90°$ και $A\hat{B}\Gamma > 90°$ που είναι **ΑΤΟΠΟ** αφού έρχεται σε αντίθεση με το συμπέρασμα του ερωτήματος i)