

5.2 Παραλληλόγραμμο

Παραλληλόγραμμο

Ορισμός

Παραλληλόγραμμο λέγεται το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες.

Δηλαδή το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι παραλληλόγραμμο, όταν $ΑΒ//ΓΔ$ και $ΑΔ//ΒΓ$.

► Ιδιότητες παραλληλογράμμων

Σε κάθε παραλληλόγραμμο ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες:

- i) Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες.
- ii) Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες.
- iii) Οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ των i), ii)

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $ΑΒΔ$, $ΒΓΔ$ (σχ.5). Έχουμε:

$$\hat{B}_1 = \hat{A}_1 = \omega \text{ (εντός εναλλάξ).}$$

$ΒΔ$ κοινή πλευρά.

$$\hat{B}_2 = \hat{A}_2 = \varphi \text{ (εντός εναλλάξ).}$$

Άρα τα τρίγωνα $ΑΒΔ$, $ΒΓΔ$ είναι ίσα, οπότε $ΑΒ = ΓΔ$ και $ΑΔ = ΒΓ$. Επίσης έχουμε $\hat{A} = \hat{Γ}$ και $\hat{B} = \hat{Δ} = \varphi + \omega$.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ της ιδιότητας iii)

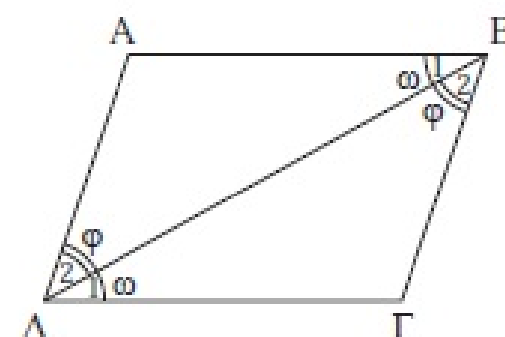
Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $ΟΑΒ$, $ΟΓΔ$. Έχουμε:

$$ΑΒ = ΓΔ$$

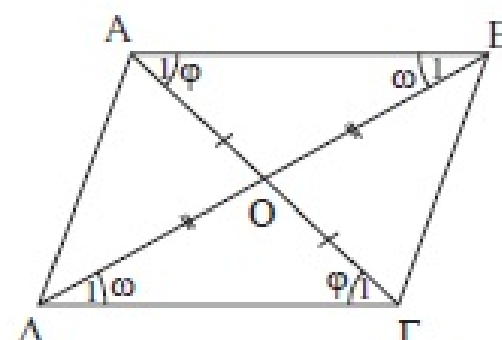
$$\hat{B}_1 = \hat{A}_1 = \omega \text{ (εντός εναλλάξ).}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{Γ}_1 = \varphi \text{ (εντός εναλλάξ).}$$

Άρα, τα τρίγωνα $ΟΑΒ$, $ΟΓΔ$ είναι ίσα, οπότε $ΟΑ = ΟΓ$ και $ΟΒ = ΟΔ$.



Σχήμα 5



Σχήμα 6