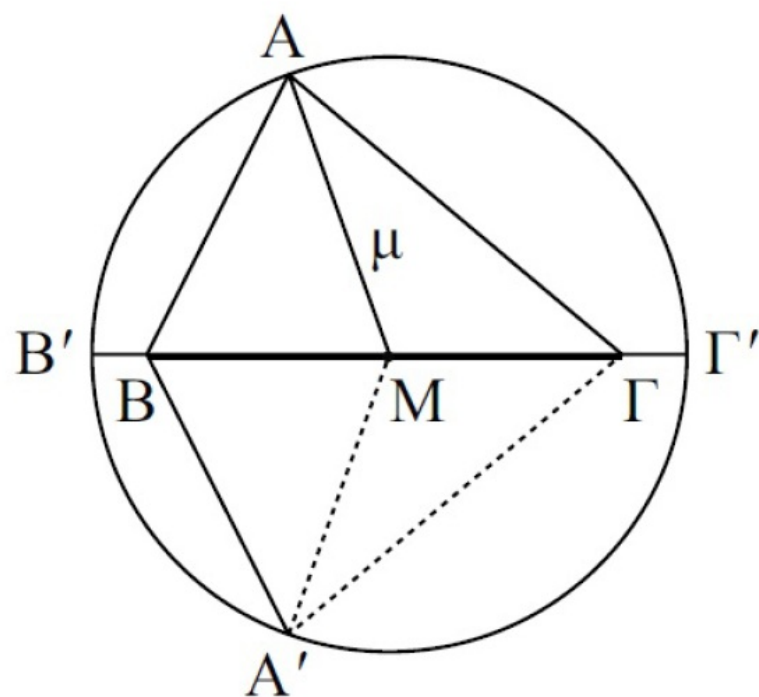


Ασκήσεις Εμπέδωσης

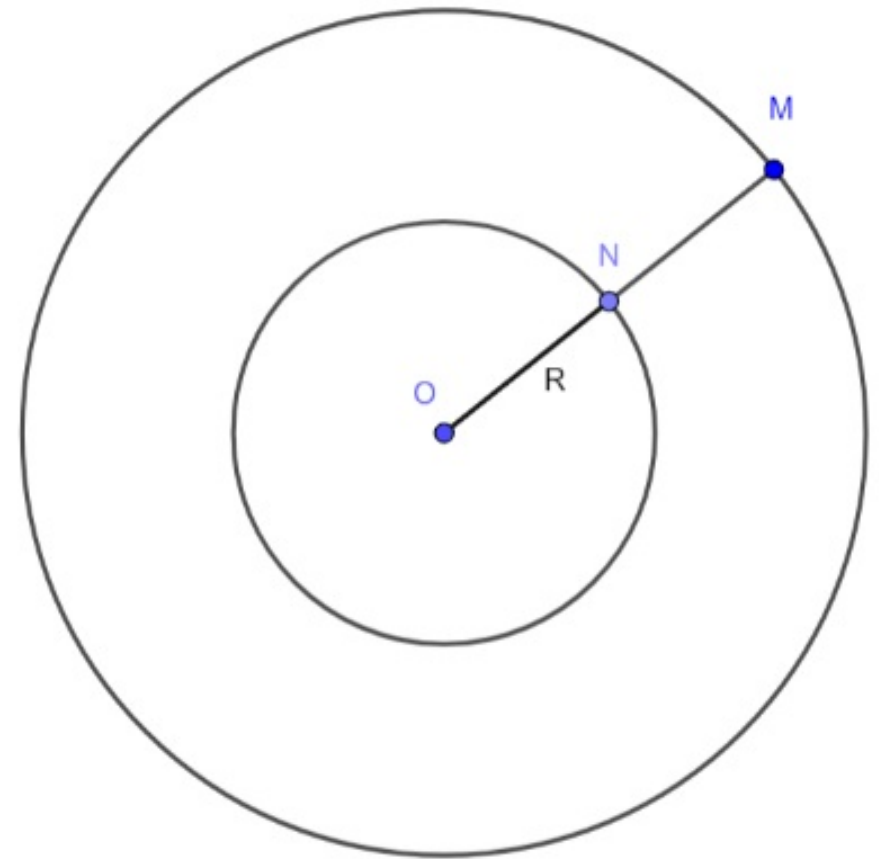
1. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των κορυφών A των τριγώνων $AB\Gamma$, που έχουν σταθερή την πλευρά $B\Gamma = \alpha$ και τη διάμεσο AM με γνωστό μήκος.



Έστω τρίγωνο $\triangle A\hat{B}\Gamma$ με σταθερή την πλευρά $B\Gamma = \alpha$ και τη διάμεσο AM με γνωστό μήκος μ . Επειδή το A απέχει από το σταθερό σημείο M σταθερή απόσταση μ , βρίσκεται στον κύκλο (M, μ) .

• **Αντίστροφα:** Έστω A' σημείο του κύκλου (M, μ) τότε $A'M = \mu$, ως ακτίνα του κύκλου, και $A'M$ διάμεσος του $\triangle A'\hat{B}\Gamma$. Το A δεν είναι σημείο της ευθείας $B\Gamma$. Επομένως γ.τ. του A είναι ο κύκλος (M, μ) χωρίς τα σημεία του B' και Γ' .

2. Δίνεται κύκλος (O, R) . Αν N τυχαίο σημείο του κύκλου και M σημείο στην προέκταση της ON , ώστε $ON = NM$, να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του M , όταν το N διαγράφει τον κύκλο.



Παρατηρούμε ότι $OM = ON + NM = 2ON = 2R$

άρα το M βρίσκεται στον κύκλο $(O, 2R)$

Δηλαδή, ο γεωμετρικός τόπος που αναζητάμε είναι ο κύκλος $(O, 2R)$

Ευθεία και κύκλος

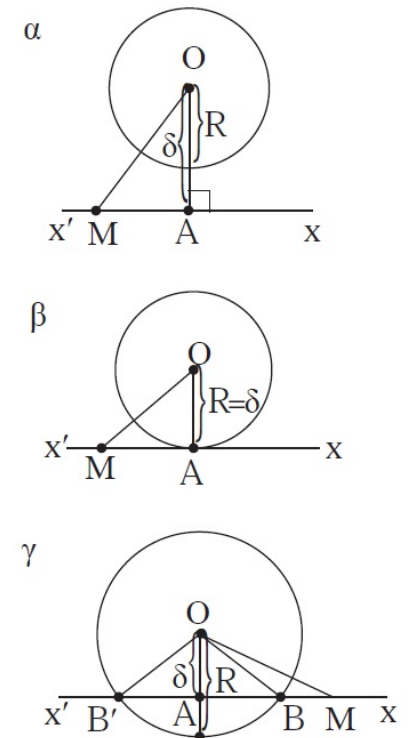
3.14 Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου

Θεωρούμε έναν κύκλο (O, R) μια ευθεία $x'x$ και την απόσταση $\delta = OA$ του κέντρου O από την $x'x$ (σχ.58). Μεταξύ των δ και R ισχύει μία από τις σχέσεις: $\delta > R$, $\delta = R$ και $\delta < R$. Θα εξετάσουμε τη γεωμετρική ερμηνεία καθεμίας από τις σχέσεις αυτές.

- Έστω $\delta > R$ (σχ.58α). Τότε το A είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου. Επομένως, η $x'x$ δεν έχει κανένα κοινό σημείο με τον κύκλο και λέγεται **εξωτερική** ευθεία του κύκλου.
- Έστω $\delta = R$ (σχ.58β). Τότε το A είναι κοινό σημείο της ευθείας με τον κύκλο. Επομένως, η $x'x$ έχει ένα μόνο κοινό σημείο με τον κύκλο και λέγεται **εφαπτομένη** του κύκλου στο σημείο A . Το σημείο A λέγεται **σημείο επαφής** της ευθείας με τον κύκλο. Επίσης, στην περίπτωση αυτή λέμε ότι η ευθεία $x'x$ εφάπτεται του κύκλου (O, R) στο σημείο A .

Η ακτίνα που καταλήγει στο σημείο επαφής είναι κάθετη στην εφαπτομένη.

Η εφαπτομένη του κύκλου σε κάθε σημείο του είναι μοναδική.



Σχήμα 58

- Έστω $\delta < R$ (σχ.58γ). Τότε το A είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου. Επομένως, η $x'x$ έχει δύο κοινά σημεία με τον κύκλο. Στην περίπτωση αυτή η ευθεία $x'x$, λέγεται *τέμνουσα του κύκλου* και τα κοινά της σημεία με τον κύκλο λέγονται σημεία *τομής* της με τον κύκλο. Επίσης λέμε ότι η ευθεία *τέμνει* τον κύκλο.

Ανακεφαλαιώνοντας έχουμε:

- Αν $\delta > R$, η ευθεία δεν έχει κοινά σημεία με τον κύκλο.
- Αν $\delta = R$, η ευθεία έχει ένα μόνο κοινό σημείο με τον κύκλο.
- Αν $\delta < R$, η ευθεία έχει δύο κοινά σημεία με τον κύκλο.

ΘΕΩΡΗΜΑ I

Μια ευθεία και ένας κύκλος έχουν το πολύ δύο κοινά σημεία.