

► Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο

Ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο, αν ισχύει μια από τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Είναι παραλληλόγραμμο και έχει μία ορθή γωνία.
- ii) Είναι παραλληλόγραμμο και οι διαγώνιοί του είναι ίσες.
- iii) Έχει τρεις γωνίες ορθές.
- iv) Όλες οι γωνίες του είναι ίσες.

5.4 Ρόμβος

Ορισμός

Ρόμβος λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες.

Επειδή στο παραλληλόγραμμο οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες προκύπτει ότι όλες οι πλευρές του ρόμβου είναι ίσες.

► Ιδιότητες του ρόμβου

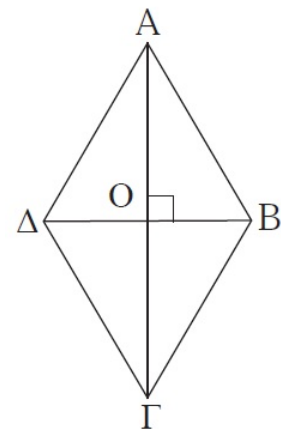
- i) Οι διαγώνιοι του ρόμβου τέμνονται κάθετα.
- ii) Οι διαγώνιοι του ρόμβου διχοτομούν τις γωνίες του.

Έστω $AB\Gamma\Delta$ ρόμβος. Επειδή το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισοσκελές, η διάμεσος του AO είναι ύψος του και διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$. Επομένως $A\Gamma \perp B\Delta$ και η $A\Gamma$ διχοτομεί την $\hat{A}$. Όμοια η $A\Gamma$ διχοτομεί τη $\hat{I}$ και η $B\Delta$ τις $\hat{B}$ και $\hat{\Delta}$.

► Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ρόμβος

Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος, αν ισχύει μια από τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Έχει όλες τις πλευρές του ίσες.
- ii) Είναι παραλληλόγραμμο και δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες.
- iii) Είναι παραλληλόγραμμο και οι διαγώνιοί του τέμνονται κάθετα.
- iv) Είναι παραλληλόγραμμο και μία διαγώνιός του διχοτομεί μία γωνία του.



Σχήμα 17

5.5 Τετράγωνο

Ορισμός

Τετράγωνο λέγεται το παραλληλόγραμμο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος.

► Ιδιότητες τετραγώνου

Από τον ορισμό προκύπτει ότι το τετράγωνο έχει όλες τις ιδιότητες του ορθογωνίου και όλες τις ιδιότητες του ρόμβου. Επομένως, σε κάθε τετράγωνο:

- i) Οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες.
- ii) Όλες οι πλευρές του είναι ίσες.
- iii) Όλες οι γωνίες του είναι ορθές.
- iv) Οι διαγώνιοί του είναι ίσες, τέμνονται κάθετα, διχοτομούνται και διχοτομούν τις γωνίες του.

► Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο τετράγωνο

Για να αποδείξουμε ότι ένα **τετράπλευρο** είναι **τετράγωνο**, αρκεί να αποδείξουμε ότι είναι **ορθογώνιο** και **ρόμβος**. Αποδεικνύεται ότι ένα **παραλληλόγραμμο** είναι τετράγωνο, αν ισχύει μία από τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Μία γωνία του είναι ορθή και δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες.
- ii) Μία γωνία του είναι ορθή και μία διαγώνιός του διχοτομεί μία γωνία του.
- iii) Μία γωνία του είναι ορθή και οι διαγώνιοί του κάθετες.
- iv) Οι διαγώνιοί του είναι ίσες και δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες.
- v) Οι διαγώνιοί του είναι ίσες και η μία διχοτομεί μία γωνία του.
- vi) Οι διαγώνιοί του είναι ίσες και κάθετες.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

5. Δίνεται ρόμβος $ABΓΔ$ με κέντρο O . Παίρνουμε δύο σημεία E και Z της $ΑΓ$, ώστε $OE = OZ = OB = OD$. Να αποδείξετε ότι το $ΔΕΒΖ$ είναι τετράγωνο.

5. Έχουμε

$$EZ \perp BD$$

$$EZ = BD$$

Ο μέσο EZ, BD

} Άρα το $ΔΕΒΖ$ είναι τετράγωνο.

Για το επόμενο μάθημα: Ερ. Κατ. 1 - 5 (σελ. 108)