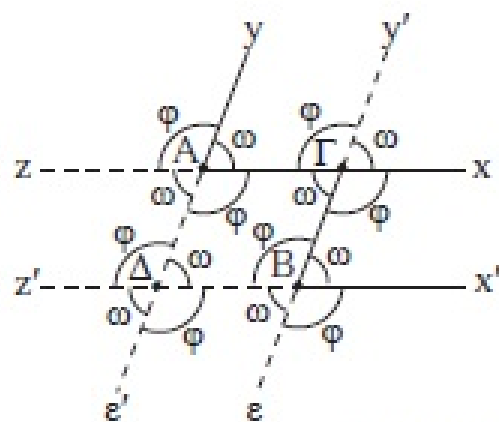
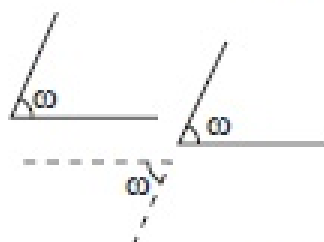
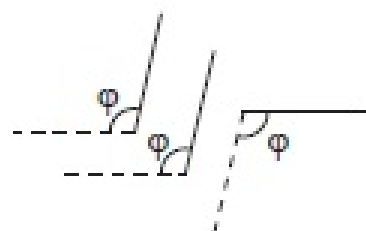




Σχήμα 10



Σχήμα 11



Σχήμα 12



Σχήμα 13

4.4 Γωνίες με πλευρές παράλληλες

Ας θεωρήσουμε δύο γωνίες $\hat{x}Ay$ και $\hat{x}'By'$ με $Ax//Bx'$ και $Ay//By'$, δηλαδή δύο γωνίες που έχουν τις πλευρές τους, μία προς μία παράλληλες. Αν προεκτείνουμε τις Bx' και By' θα τέμνουν τις Ax και Ay στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα. Έτσι όλες οι γωνίες του σχήματος 10 λόγω των παραλλήλων θα είναι ίσες με ω ή φ .

Παρατηρούμε ότι:

- Αν και οι δύο γωνίες είναι οξείες (σχ.11), είναι ίσες.
- Αν και οι δύο γωνίες είναι αμβλείες (σχ.12), είναι ίσες.
- Αν η μία γωνία είναι οξεία και η άλλη αμβλεία (σχ.13), είναι παραπληρωματικές.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι:

Δύο γωνίες που έχουν τις πλευρές τους παράλληλες, μία προς μία, είναι ίσες αν είναι και οι δύο οξείες ή αμβλείες, ενώ είναι παραπληρωματικές αν η μία γωνία είναι οξεία και η άλλη αμβλεία.

Έστω ε_1 και ε_2 δύο παράλληλες που τέμνονται από ευθεία ε .

Να αποδειχθεί ότι

- Οι διχοτόμοι δύο εντός εναλλάξ γωνιών είναι παράλληλες.
- Οι διχοτόμοι δύο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνιών είναι κάθετες.

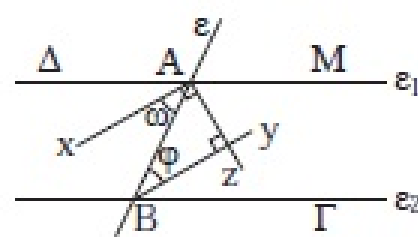
Απόδειξη

- Έστω Ax , By οι διχοτόμοι των γωνιών $\hat{\Delta}AB$ και $\hat{A}B\Gamma$ αντίστοιχα.

Τότε $\omega = \frac{\hat{\Delta}AB}{2}$ και $\varphi = \frac{\hat{A}B\Gamma}{2}$. Αλλά $\hat{\Delta}AB = \hat{A}B\Gamma$ (ως εντός εναλλάξ).

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι $\omega = \varphi$. Οι ω και φ όμως είναι εντός εναλλάξ γωνίες των ευθειών Ax και By με τέμνουσα την AB . Άρα $Ax//By$.

- Αν Az διχοτόμος της $\hat{M}AB$, τότε $Az \perp Ax$ (ως διχοτόμοι εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών). Αφού $Ax//By$, θα είναι και $Az \perp By$.



Σχήμα 14

4.5 Αξιοσημείωτοι κύκλοι τριγώνου

Στην παράγραφο αυτή χρησιμοποιούμε το Ευκλείδειο αίτημα για να μελετήσουμε τους κύκλους που σχετίζονται με ένα τρίγωνο.

► Ο περιγεγραμμένος κύκλος τριγώνου

Θα αποδείξουμε ότι για κάθε τρίγωνο υπάρχει κύκλος που διέρχεται από τις τρεις κορυφές του. Ο κύκλος αυτός λέγεται *περιγεγραμμένος κύκλος* του τριγώνου και επιπλέον αποδεικνύεται ότι το κέντρο του είναι ένα σημείο στο οποίο συντρέχουν και οι τρεις μεσοκάθετοι του τριγώνου και λέγεται *περίκεντρο*.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Οι τρεις μεσοκάθετοι ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο, το οποίο είναι κέντρο κύκλου που διέρχεται από τις κορυφές του τριγώνου.

Για το επόμενο μάθημα: Ερ. Κατ. 1 - 5 (σελ. 87)