

4.6 Άθροισμα γωνιών τριγώνου

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές.

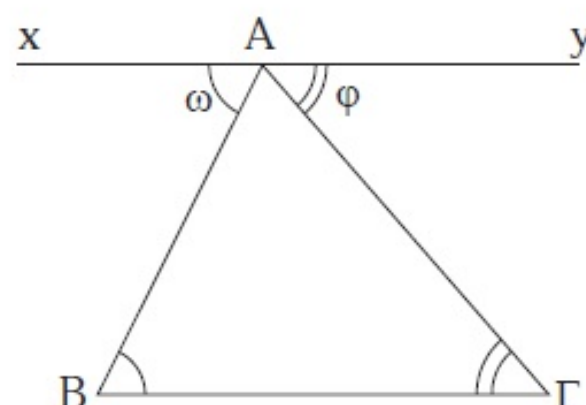
ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Από μια κορυφή, π.χ. την Α, φέρουμε ευθεία $xy \parallel B\Gamma$. Τότε $\omega = \hat{B}$ (1) και $\varphi = \hat{\Gamma}$ (2), ως εντός και εναλλάξ των παραλλήλων xy και $B\Gamma$ με τέμνουσες AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

Αλλά $\omega + \hat{A} + \varphi = 2L$ (3).

Από τις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 2L.$$



Σχήμα 18

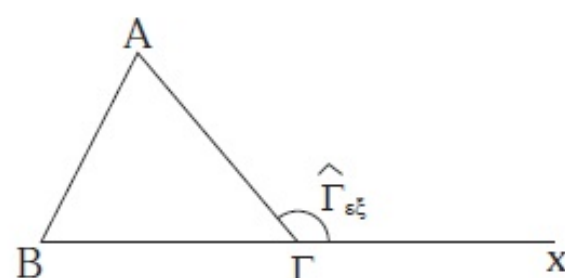
ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ

- i) Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου.
- ii) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες, μία προς μία, έχουν και τις τρίτες γωνίες τους ίσες.
- iii) Οι οξείες γωνίες ενός ορθογώνιου τριγώνου είναι συμπληρωματικές.
- iv) Κάθε γωνία ισόπλευρου τριγώνου είναι 60° .

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

- i) Έχουμε $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 2L$ και $\hat{\Gamma}_{εξ} + \hat{\Gamma} = 2L$, οπότε

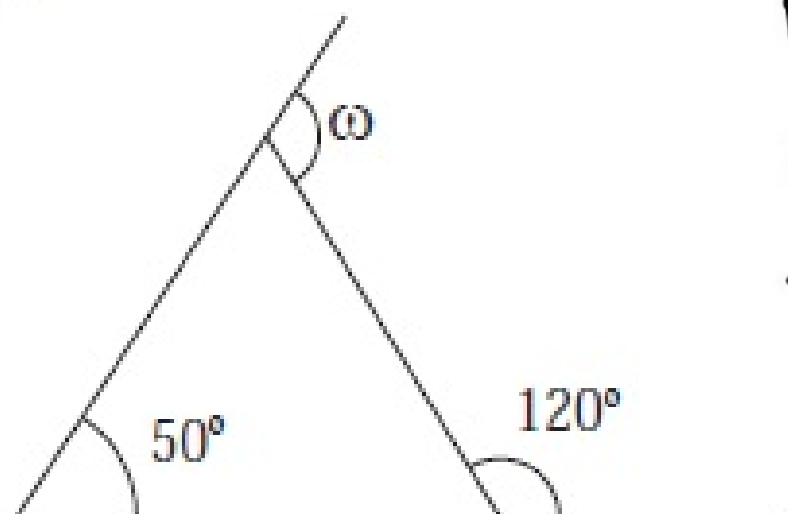
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}_{εξ} + \hat{\Gamma} \quad \text{ή} \quad \hat{\Gamma}_{εξ} = \hat{A} + \hat{B}.$$



Σχήμα 19

Ερωτήσεις Κατανόησης (Σελ. 92)

1. Να υπολογίσετε τη γωνία ω στο παρακάτω σχήμα.



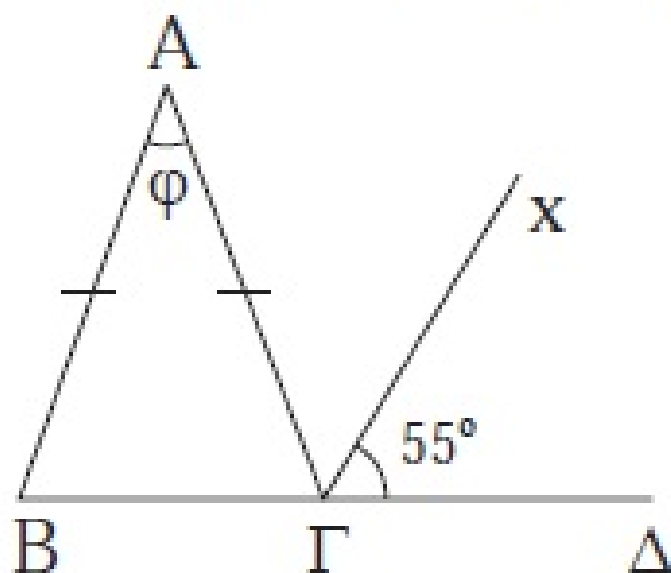
$$\text{Βεξ} = 120^\circ$$

$$\hat{B} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\omega = \hat{\Gamma\epsilon\zeta} = \hat{A} + \hat{B} = 60^\circ + 50^\circ$$

$$\omega = 110^\circ$$

2. Αν $AB = A\Gamma$ και $\Gamma\chi$ διχοτόμος της $A\hat{\Gamma}\Delta$, να υπολογίσετε τη γωνία φ (βλ. σχήμα).



Εφόσον $\Gamma\chi$ διχοτόμος, έχουμε ότι:

$$\hat{A\Gamma\chi} = \hat{\Delta\Gamma\chi} = 55^\circ$$

$$\text{Άρα: } \hat{\Gamma\epsilon\zeta} = 2 \cdot 55^\circ = 110^\circ.$$

Δηλαδή $\hat{\Gamma} = 70^\circ$ και επειδή $AB\hat{\Gamma}$ ισοσκελές

εχουμε ότι $\hat{B} = 70^\circ$.

$$\text{Άρα } \varphi = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ$$

$$\varphi = 40^\circ.$$