ΘΕΩΡΗΜΑ

Κάθε πλευρά τριγώνου είναι μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων και μεγαλύτερη από τη διαφορά τους.

Επομένως:

$$\boldsymbol{\beta - \gamma < \alpha < \beta + \gamma,\ \beta \geq \gamma}$$

ΠΟΡΙΣΜΑ

Κάθε χορδή κύκλου είναι μικρότερη ή ίση της διαμέτρου.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2η

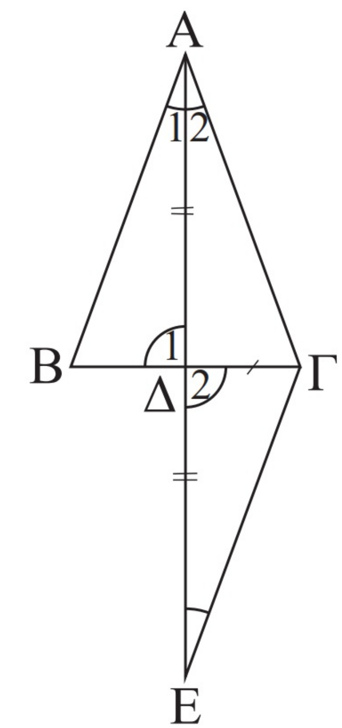
Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Δ της πλευράς ΒΓ. Αν ισχύουν δύο από τις επόμενες προτάσεις:

i) το τμήμα ΑΔ είναι διάμεσος,

ii) το τμήμα ΑΔ είναι διχοτόμος,

iii) το τμήμα ΑΔ είναι ύψος,

τότε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με βάση ΒΓ.



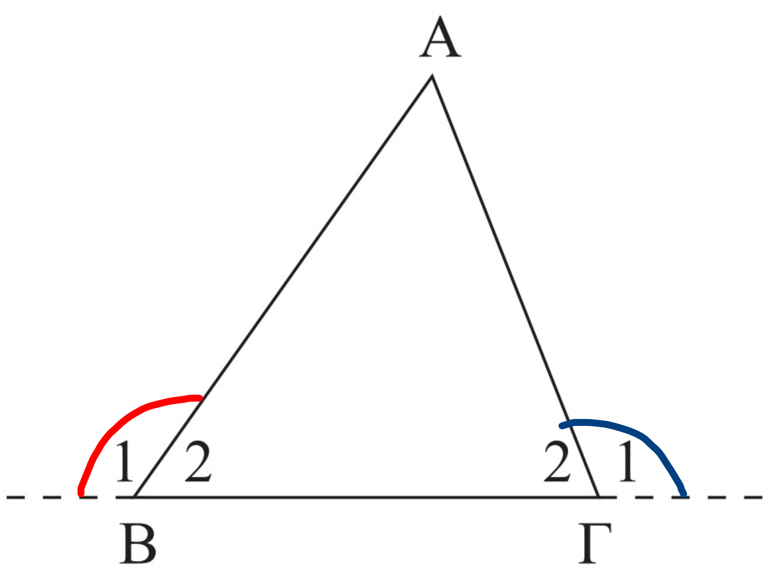
Σχήμα 51

Λύση

Έστω ΑΔ διχοτόμος και διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ (σχ.51). Προεκτείνουμε το ΑΔ κατά ίσο τμήμα ΔΕ. Τότε τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΔΓΕ είναι ίσα (ΒΔ = ΔΓ, ΑΔ = ΔΕ, $\hat{Δ}_1 = \hat{Δ}_2$ ως κατακορυφήν). Άρα ΑΒ = ΓΕ (1) και $\hat{Α}_1 = \hat{Ε}$. Από την $\hat{Α}_1 = \hat{Ε}$ προκύπτει ΑΓ = ΓΕ (2), αφού ΑΔ διχοτόμος, οπότε $\hat{Α}_1 = \hat{Α}_2 = \hat{Ε}$. Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι ΑΒ = ΑΓ. Αν ΑΔ είναι ύψος και διάμεσος ή ύψος και διχοτόμος, τότε εύκολα αποδεικνύεται ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΔΓ είναι ίσα, οπότε ΑΒ = ΑΓ.

Ασκήσεις Εμπέδωσης (σελ 63)

1. *Στο παρακάτω σχήμα είναι* $\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_1$.
Να αποδείξετε ότι $\hat{B}_1 > 90°$.



$\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_1$ (Υπόθ)

$\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_2$ (θεωρία) (+)

$2\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_1 + \hat{\Gamma}_2 \Longleftrightarrow 2\hat{B}_1 > 180° \Longleftrightarrow \frac{2\hat{B}_1}{2} > \frac{180°}{2}$

$\Longleftrightarrow \hat{B}_1 > 90°$

Για το Επόμενο μάθημα:
Ερωτ. Καταν. 1,2,3
σελ. 63