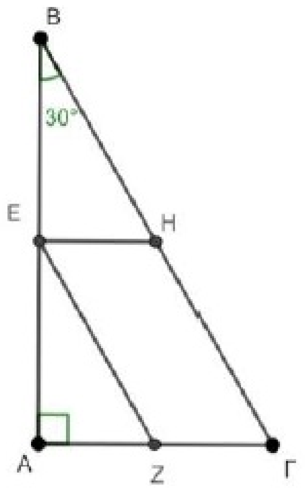
5) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^o$) με $\hat{B} = 30^o$ και Ε, Ζ είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ.

α) Να αποδείξετε ότι ΕΖ=ΑΓ.

β)Αν φέρουμε ΕΗ κάθετη στην ΑΒ που τέμνει την ΒΓ στο Η, να αποδειχθεί ότι ΕΖΓΗ είναι παραλληλόγραμμο.

5)



α) Στο τρίγωνο $ΑΒΓ$ η πλευρά $ΑΓ$ βρίσκεται απέναντι από γωνία 30°, άρα είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας. Δηλαδή ισχύει: $ΑΓ = \frac{ΒΓ}{2}$ (1)

Επίσης, το τμήμα $ΕΖ$ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου, άρα είναι παράλληλο και ίσο με το μισό της τρίτης πλευράς.

Δηλαδή ισχύει: $ΕΖ = \frac{ΒΓ}{2}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε ότι: $ΕΖ = ΑΓ$.

β) Από την υπόθεση γνωρίζουμε ότι $ΕΗ \perp ΑΒ$. Επίσης $ΑΓ \perp ΑΒ$. Συνεπώς $ΑΓ//ΕΗ \Leftrightarrow ΖΓ//ΕΗ$. Επίσης $ΕΖ//ΒΓ \Leftrightarrow ΕΖ//ΗΓ$. Δηλαδή οι πλευρές του τετράπλευρου $ΕΖΓΗ$ είναι (ανά δύο) παράλληλες. Άρα το τετράπλευρο $ΕΖΓΗ$ είναι παραλληλόγραμμο.